Задаци за вежбање, Алгебра 1 2ЛР, недеља десета

1. Доказати да је $\mathbb{C}^\times/C_n$ изоморфно са $\mathbb{C}^\times$ где је C_n група n-тих коренова из 1.
2. Нека је $H \triangleleft G$ и $K \leq G$. Доказати да је тада $HK \leq G$.
3. Нека је $U = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid Tr(A) = 0\}$. Одредити $M_n(\mathbb{R})/U$.
4. Одредити количник $GL(n,\mathbb{R})/SL(n,\mathbb{R})$.
5. Нека је V n-димензони векторски простор и U његов k-димензиони подпростор. Доказати да је $(V,+)/(U,+) \cong \mathbb{R}^{n-k}$.
6. Испитати да ли је $U = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 2^k, k \in \mathbb{Z}\}$ подгрупра групе $\mathbb{C}^\times$. Уколико јесте одредити $\mathbb{C}^\times/U$.
7. Нека је $m < n$. Одредити нормализатор подгрупе S_m групе S_n.[1]
8. $Inn(G)$ не може бити нетривијална циклична група. Доказати.
9. Нека је $H \triangleleft G$ и $K \leq G$. Доказати да је $HK/H \cong K/H \cap K$.
10. Доказати да је $\mathbb{Z}_{[m,n]}/\mathbb{Z}_n \cong \mathbb{Z}_m/\mathbb{Z}_{(m,n)}$
11. Нека је $K \triangleleft H \triangleleft G$. Доказати да је $(G/K)/(G/H) \cong G/H$

[1]Подсетник: Иако ово заправо није подгрупа на вежбама смо дали мономорфизам групе S_m у групу S_n и рекли да слику групе S_m при овом мономорфизму можемо да идентификујемо са S_m!