

# ANALIZA I DIZAJN ALGORITAMA II

## zadaci sa vežbi

Vesna Pavlović

11. januar 2011.

### 10 Paralelni algoritmi za mreže računara

1. Dato je  $n$  procesora  $P_1, P_2, \dots, P_n$  tako da procesor  $P_i$  čuva vrednost  $x_i$ . Cilj je preraspodeliti brojeve tako da najmanji broj bude u  $P_1$ , sledeći u  $P_2$  itd. Procesori su povezani u linearni niz, tj. procesor  $P_i$  povezan je sa procesorom  $P_{i+1}$ ,  $i = 1, \dots, n - 1$ .
2. Paralelizovati algoritam za sortiranje objedinjavanjem (MERGESORT) korišćenjem mreža sa sortiranjem.

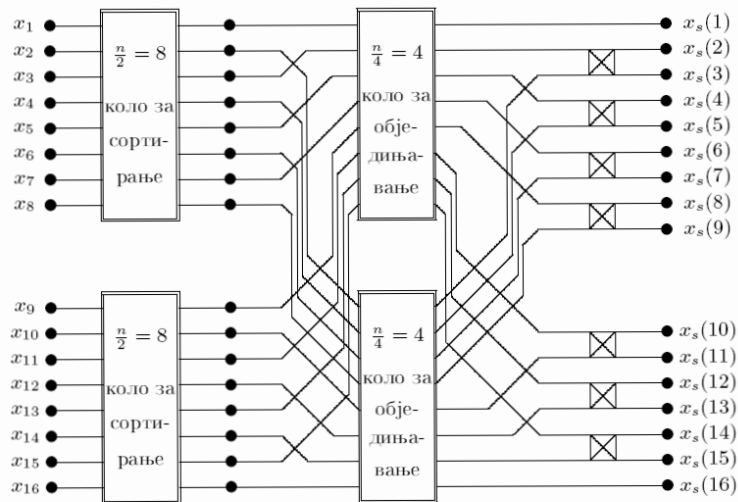


Рис. 11. Пример сортирања 16 бројева помоћу кола за сортирање парно-непарним обједињавањем.

3. Mreža računara zadata je kao kompletno binarno stablo visine  $h - 1$  sa  $n = 2^{h-1}$  listova, odnosno ukupno  $2^h - 1$  procesora pridruženih čvorovima stabla. Ulaz je niz  $x_1, x_2, \dots, x_n$  tako da se  $x_i$  čuva u listu  $i$ . Treba odrediti  $k$ -ti najveći element.

4. Kako treba modifikovati algoritam za nalaženje  $k$ -tog najvećeg broja među brojevima  $x_1, x_2, \dots, x_n$  na stablu, tako da radi ispravno i ako brojevi  $x_1, x_2, \dots, x_n$  nisu svi različiti.
5. Na mreži računara u obliku binarnog stabla, pri čemu se u  $i$ -tom listu nalazi broj  $x_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , treba rešiti problem paralelnog prefiksa, tj. nakon izvršenja algoritma list  $i$  treba da sadrži sumu  $x_1 * x_2 * \dots * x_i$ , gde je  $*$  asocijativna operacija. Vreme izvršavanja treba da bude  $O(\log n)$ .
6. Dato je  $n$  procesora povezanih u prsten. Procesor sa indeksom  $i$  čuva  $(i + 1)$ -vu vrstu  $n \times n$  matrice  $A = (a_{jk})_{j,k=0,\dots,n-1}$  i  $(i + 1)$ -vi element datog vektora  $b = (b_0, b_1, \dots, b_{n-1})^T$ . Potrebno je izračunati proizvod  $x = Ab$ , tako da na kraju element  $x_i = \sum_{k=0}^{n-1} a_{ik} b_k$  bude smešten u procesoru  $P_i$ ,  $0 \leq i \leq n - 1$ .  
Konstruisati algoritam vremenske složenosti  $O(n)$  koji rešava ovaj problem.
7. Rešiti prethodni zadatak u slučaju da procesor  $P_i$  sadrži  $(i + 1)$ -vu kolonu matrice  $A$  i komponentu  $b_i$ .
8. Data je presavijena dvodimenziona mreža  $n \times n$  tako da se procesor  $P[i, j]$  nalazi u preseku  $i$ -te vrste i  $j$ -te kolone. Date su dve  $n \times n$  matrice  $A$  i  $B$ , tako da su njihovi elementi  $A[i, j]$  i  $B[i, j]$  u procesoru  $P[i, j]$ . Izračunati proizvod  $C = AB$  tako da element  $C[i, j]$  bude u procesoru  $P[i, j]$ .
9. Neka je  $n \times n$  matrica  $A = (a_{ij})$  smeštena u kvadratnoj mreži istih dimenzija tako da procesor  $P_{ij}$  čuva element  $a_{ij}$ . Konstruisati EREW algoritam za transponovanje matrice  $A$  vremenske složenosti  $O(n)$ .
10. Na raspolaganju je  $2^n$  procesora povezanih u  $n$ -dimenzionu hiperkocku. Konstruisati algoritam vremenske složenosti  $O(n)$  za nalaženje najvećeg od  $2^n$  zadatih elemenata.
11. Data je  $n$ -dimenziona hiperkocka i u njoj svaki procesor čuva jedan broj. Konstruisati algoritam vremenske složenosti  $O(n)$  za rešavanje problema paralelnog prefiksa, tako da na kraju svaki procesor treba da ima izračunatu vrednost prefiksa svog elementa (u odnosu na svoju adresu).
12. Pokazati kako se može presavijena dvodimenziona mreža dimenzija  $2^k \times 2^m$  umetnuti u  $(k + m)$ -dimenzionu hiperkocku.