

ANALIZA I DIZAJN ALGORITAMA II

zadaci sa vežbi

Vesna Pavlović

26. oktobar 2010.

3 Geometrijski algoritmi (nastavak)

1. Dato je n tačaka u ravni. Odrediti među njima takve dve tačke da duž koja ih povezuje ima najveći nagib. Složenost algoritma treba da bude $O(n \log n)$.
2. Dato je n tačaka u ravni sa celobrojnim koordinatama. Odrediti najmanji skup pravih paralelnih bilo nekoj od osa, bilo nekoj od simetrala kvadranta, tako da sadrži svih n tačaka.
3. Dato je n tačaka u ravni, predstavljenih vektorom povezanih listi na sledeći način. Svaki element vektora ima dva polja: polje X koje sadrži x koordinatu i polje $Naredni$ koje pokazuje na (nepraznu) povezanu listu svih tačaka skupa sa x koordinatom jednakom X , sortiranih prema svojim y koordinatama. Vektor je sortiran prema x koordinatama. Konstruisati algoritam složenosti $O(n)$ koji pronalazi najbliži par tačaka sa jednakim x koordinatama ili sa x koordinatama koje su susedne u nizu.
Da li je u okviru algoritma neophodno izračunavanje kvadratnih korenova?
Da li algoritam pronalazi najbliži par tačaka?
4. Konveksni n -tougao dat je ciklički uredjenom listom svojih temena. Konstruisati algoritam složenosti $O(n)$ za određivanje n trouglova čiji je presek dati mnogougao.

4 Strukture podataka - AVL stabla

1

AVL stablo je binarno stablo pretrage kod koga je za svaki čvor apsolutna vrednost razlike visina levog i desnog podstabla manja ili jednaka od jedan.

1. Odrediti izgled AVL stabla dobijenog umetanjem redom brojeva 1, 2, 3, ..., 8 u prazno stablo i demonstrirati svaki od koraka u izgradnji stabla.
2. Odrediti izgled AVL stabla dobijenog umetanjem redom brojeva: 20, 9, 15, 8, 5, 12, 11, 10 u prazno stablo i demonstrirati svaki od koraka u izgradnji stabla.
3. Odrediti najmanji i najveći broj elemenata koje može imati AVL stablo visine h .
4. *Konkatenacija* je operacija nad dva skupa koji zadovoljavaju uslov da su svi ključevi u jednom skupu manji od svih ključeva u drugom skupu; rezultat konkatenacije je unija skupova.

Konstruisati algoritam za konkatenaciju dva AVL stabla u jedno. Složenost algoritma u najgorem slučaju treba da bude $O(h)$, gde je h veća od visina dva AVL stabla.

5. Čvor binarnog stabla zovemo S - AVL čvorom ako on nije list i ako je njegov faktor ravnoteže (razlika visina levog i desnog podstabla) jednak 0. Napisati algoritam koji označava sve čvorove koji su S - AVL čvorovi, ali čiji nijedan potomak nije S - AVL čvor. Vreme izvršavanja algoritma treba da bude linearno po broju čvorova stabla.

¹Materijal je osmišljen na osnovu knjige: Algoritmi, M. Živkovića

Algoritam SAVL(x)

Ulaz x (dato stablo)

Izlaz dubina drveta sa odgovarajućim predznakom

begin

 if ($x == \text{NIL}$) then return 0;

 else

$x \rightarrow \text{oznaka} := \text{FALSE};$

$l := \text{SAVL}(x \rightarrow \text{levo});$

$d := \text{SAVL}(x \rightarrow \text{desno});$

 if ($l > 0$ and $d > 0$) then

 if ($l == d$) then

$x \rightarrow \text{oznaka} := \text{TRUE};$

 return $-(l + 1);$

 else

 return $\max(l, d) + 1;$

 else

 if ($l < 0$ or $d < 0$) then

 return $-(\max(\text{abs}(l), \text{abs}(d)) + 1);$

 else

 return $\max(l, d) + 1;$

end

6. Opisati realizaciju apstraktnog tipa podataka koji podržava sledeće operacije:

(a) $Umetni(x)$ - umetni ključ x u strukturu podataka, ako ga tamo već nema

(b) $Obrisi(x)$ - obriši ključ x iz strukture podataka (ako ga ima)

(c) $Naredni(x, k)$ - pronadji u strukturi podataka k -ti najmanji ključ medju onima koji su veći od x .

Izvršavanje svake od operacija treba da ima vremensku složenost $O(\log n)$ u najgorem slučaju, gde je n broj elemenata u strukturi.

7. Neka su T_1 i T_2 dva proizvoljna binarna stabla sa po n čvorova. Dokazati da postoji niz od najviše $2n$ rotacija koje stablo T_1 transformišu u stablo T_2 .