

Zavrsni ispit iz Naucnog izračunavanja – jun 2 2013.

1. zadatak

Neka je funkcija $y = f(x)$ zadata tablicom

x_i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$f(x_i)$	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
$f'(x_i)$	y'_0	–	y'_2	–	y'_4	y'_5	y'_6
$f''(x_i)$	–	–	y''_2	–	y''_4	y''_5	–

- Aproksimirati funkciju zadatu tablicom kubnim splajnom na segmentu $[x_0, x_n]$.
- Aproksimirati funkciju zadatu tablicom Hermitov interpolacionim polinomom na segmentu $[x_0, x_n]$.

2. zadatak

- Koristeći formulu iz zadatka 1. iz dela pod a), aproksimirati $f'(x)$ na segmentu $[x_0, x_n]$.
- Koristeći formulu iz zadatka 1. iz dela pod b), aproksimirati $f'(x)$ na segmentu $[x_0, x_n]$.

3. zadatak

Neka su u oblasti $\Omega \subseteq R^2$ zadate tačke $M_i(x_i, y_i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$. U tačkama $M_i \in \Omega$ date su vrednosti funkcije $z = f(x, y)$: $f_i = f(x_i, y_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$. Izvesti formulu za aproksimaciju vrednosti integrala

$$\int \int_{\Omega} f(x, y) dx dy.$$

4. zadatak

- Šta su višeslojne metode?
- Ukratko opisati kako se dobijaju formule Milnea i Adamsa.
- Koji je red tačnosti formula Milnea i Adamsa?

5. zadatak

Dat je Košijev problem:

$$\begin{aligned} x'_1(t) &= x_1(t) + x_2(t) \\ x'_2(t) &= \sin(x_1(t)) + \cos(x_2(t)) \end{aligned}$$

sa početnim uslovima:

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1.$$

- Konstruisati iterativne nizove $x_1^{(k)}$, $x_2^{(k)}$, $k = 0, 1, 2, \dots$ za približno rešavanje datog problema, ako se za konstrukciju niza $x_1^{(k)}$ koristi I modifikacija Ojlerove metode, a za konstrukciju $x_2^{(k)}$ II Modifikacija Ojlerove metode. Napomena: $x_1^{(k)} \approx x_1(t_k)$, $x_2^{(k)} \approx x_2(t_k)$, gde je $t_k = kh$, $h = const$, $k = 0, 1, 2, \dots$
- Koji je red tačnosti primenjene metode?