

Научна израчунавања колоквијум, 2. април 2009.

Апроксимирати дату функцију *funkcija* применом средњеквадратне апроксимације Чебишевљевим полиномима. Ради испробавања написати програм *funkcija.m* који експлицитно дефинише функцију.

1. Написати функцијску датотеку *skalarniProizvod.m* којом се дефинише функција *skalarniProizvod(f,g)*, која израчунава скаларни производ две произвољне функције дате у симболичком облику:

$$(f,g) = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} f(x)g(x)dx$$

Скаларни производ рачунати применом нумеричке интеграције формулом правоугаоника, са подинтервалима дужине 0,02.

(6 поена)

2. Написати функцијску датотеку *cebisev.m* којом се дефинише функција $A = \text{cebisev}(n)$, која израчунава матрицу коефицијената Чебишевљевих полинома прве врсте степена од 0 до n .

(6 поена)

3. Написати функцијску датотеку *polinom.m* којом се дефинише функција *polinom(n)*, која израчунава низ коефицијената полинома $P(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_nx^n$ степена n , који представља средњеквадратну апроксимацију функције *funkcija* у односу на скаларни производ *skalarniProizvod* и ортогонални скуп Чебишевљевих полинома.

(8 поена)

Тест пример:

skalarniProizvod(@(x)x^3,@(x)sin(x)) = 0.9190

$$\text{cebisev}(4) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -3 & 0 \\ 8 & 0 & -8 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

funkcija = e^{-x} sin 4x

polinom(5) = [4.9310 2.1546 -10.0819 -1.1775 4.2668 -0.1601]

прихватљиво је и решење:

polinom(5) = [5.3833 2.3461 -10.9865 -1.2862 4.6448 -0.1753]

Тест пример 2:

$$\text{skalarniProizvod}(@x^2, @x \exp(x)) = 2.0143$$

$$\text{cebishev}(7) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & -8 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 16 & 0 & -20 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 32 & 0 & -48 & 0 & 18 & 0 & -1 \\ 64 & 0 & -112 & 0 & 56 & 0 & -7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{funkcija} = \cos 4x - 3x \cos(2x)$$

$$\text{polinom}(5) = [-3.4955 \quad 5.3466 \quad 8.0973 \quad -6.8176 \quad -3.5745 \quad 1.0167]$$

прихватљиво је и решење:

$$\text{polinom}(5) = [-3.2019 \quad 4.9100 \quad 7.4331 \quad -6.2660 \quad -3.2842 \quad 0.9195]$$