UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET

PROBLEM BROJ 6

Static Deterministic Competitive Facility Location Problems

student:
Aida Zolić, 1023/2015

profesor:
dr. Zorica Stanimirović

januar 2016.

Sadržaj

1 Matematička formulacija problema

$$max \sum_{i \in I} w_i y_i + \sum i \in I \frac{w_i}{2} z_i \tag{1}$$

$$y_i \leq \sum_{j \in P_i} x_j, \forall i \in I \tag{2}$$

$$z_i \leq \sum_{j \in T_i} x_j, \forall i \in I \tag{3}$$

$$y_i + z_i \leq 1, \forall i \in I \tag{4}$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p \tag{5}$$

$$y_i \in 0, 1, \forall i \in I \tag{6}$$

$$z_i \in 0, 1, \forall i \in I \tag{7}$$

$$x_j \in 0, 1, \forall j \in J \tag{8}$$

Promenljive su definisane na sledeći način:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{ukoliko firma A zadovoljava potrebe potrošâĉa } i \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{ukoliko je potreba potrošâĉa } i \text{ podeljena među firmama A i B} \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{ukoliko firma A uspostavlja objekat na lokaciji } j \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Parametri su:

- I - skup lokacija potrošača, $j \in J$
- J - skup potencijalnih lokacija objekata firme A, $j \in J$
- w_i - potreba potrošača i
- P_i - skup lokacija koje su bliže potrošaču i od njemu najbližeg snabdevača firme B
- T_i - skup lokacija koje su isto udaljene od potrošača i kao njemu najbliži snabdevač firme B

2 Opis problema

MAXCAP (maximum capture problem) predstavlja pokušaj da se locira p objekata (snabdevača) firme A ukoliko na tržištu već postoji q konkurentnih objekata. Pretpostavljamo da svi konkurentni objekti pripadaju jednoj firmi B i da su njihove lokacije fiksirane i poznate. U svim objektima prodaje se jedan proizvod čija je cena ista bez obzira na vlasnika, tako da smatramo da potrošač bira snabdevača samo na osnovu udaljenosti.

Funkcija cilja (1) maksimizuje uticaj firme A na tržištu. Ograničenje (2) dozvoljava da potrošač i preferira firmu A, tj. y_i može biti 1 samo ako je firma A uspostavila neki njen objekat dovoljno blizu - bliže od bilo kog snabdevača firme B. Slično, zbog ograničenja (3) obe firme imaju podjednak udeo u snabdevanju potrošača i samo ako firma A uspostavi svoj objekat na istoj udaljenosti od potrošača kao što je najbliži objekat firme B. Ograničenje (4) dozvoljava da jednog potrošača i ili u potpunosti snabdeva A ($y_i = 1, z_i = 0$), ili obe firme ($y_i = 0, z_i = 1$), ili samo B ($y_i = 0, z_i = 0$). Ograničenje (5) obezbeđuje da bude uspostavljen traženi broj objekata firme A. Poslednja tri ograničenja (6), (7) i (8) definišu promenljive kao binarne.

3 Opis instanci

Zbog nemogućnosti pronalaska odgovarajućih instanci, one su generisane delimičnom transformacijom od instanci za uncapacitated location, capacitated location i phub probleme, preuzetih sa www.people.brunel.ac.uk. Od jedne instance dobijeno je više različitih instanci, menjanjem nekih ili svih parametara p, q, I, J, kao i skupova P_i i T_i. Konačno, jedna grupa instanci generisana je korišćenjem isključivo slučajnih brojeva. Sledi primer jedne manje, ručno napravljene instance koja je služila za proveru.

$|I| = 10, |J| = 10, p = 1, q = 4.$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
w_i	5	12	7	10	3	8	2	13	20	14

Ako je u polju (i, j) tabele vrednost P, odnosno T tada $j \in P_i$, $j \in T_i$.

$_i\backslash^j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1	P	P								
2				T						
3				T						
4			P	T		P	P			
5						T			P	
6					P			P		
7										
8								T	T	
9								T		

Optimalno rešenje je 19 i dobija se da se firmi A najviše isplati da sagradi objekat na lokaciji 7, tj. za optimalno rešenje važi da je $x_7 = 1$, u kom slučaju će biti $y_6 = 1, z_8 = 1, z_9 = 1$.

4 Rezultati nad instancama

Instance su podeljene u tri grupe prema veličini i rezultati su dati narednim tabelama.

4.1 Rezultati nad manjim instancama

ULAZ					CPLEX			
Instanca	$\|I\|$	$\|J\|$	p	q	Optimalno rešenje	Vreme (s)	Iteracija	Ĉvorova
(UN)CAP								
cap41	50	16	1	5	29251	0.009	25	0
cap41	50	16	2	5	40714	0.006	27	0
cap41	50	16	3	5	48962	0.005	18	0
cap41	50	16	4	5	49344	0.026	10	0
cap42	50	16	1	5	19009	0.031	22	0
cap42	50	16	2	5	35814.5	0.030	21	0
cap42	50	16	3	5	40865	0.008	11	0
cap42	50	16	4	5	43110	0.028	14	0
cap64	50	16	1	5	23920	0.028	5	0
cap64	50	16	2	5	31738	0.034	21	0
cap64	50	16	3	5	32197	0.033	22	0
cap64	50	16	4	5	42614	0.031	14	0
cap112	50	50	1	5	23290	0.036	24	0
cap112	50	50	3	5	41239	0.028	25	0
cap112	50	50	5	5	53515	0.029	19	0
cap112	50	50	7	5	50981	0.029	20	0
PHUB								
phub2	150	40	1	10	271.313	0.011	99	0
phub2	150	40	2	10	444.784	0.037	100	0
phub2	150	40	3	10	611.515	0.025	94	0
phub2	150	40	4	10	911.303	0.036	91	0

4.2 Rezultati nad srednjim instancama

ULAZ					CPLEX			
Instanca	$\|I\|$	$\|J\|$	p	q	Optimalno rešenje	Vreme (s)	Iteracija	Ĉvorova
PHUB								
phub1	100	90	5	10	39814	0.019	88	0
phub1	100	85	5	15	38169	0.016	89	0
phub1	100	80	1	20	38532	0.056	71	0
phub1	100	80	5	20	36910.5	0.052	82	0
phub3	50	145	5	5	1157.9	0.011	58	0
phub3	50	140	5	10	705.004	0.049	77	0
phub3	50	135	5	15	671.856	0.048	84	0
phub3	50	130	5	20	558.214	0.026	63	0
(UN)CAP								
cap133	50	50	3	5	43759	0.039	36	0
cap133	50	50	5	5	50990	0.039	43	0
cap134	50	50	3	5	34007.5	0.035	27	0
cap134	50	50	5	5	37879.5	0.044	42	0
capa	1000	100	5	5	12514.5	0.086	1215	0
capa	1000	100	10	5	21383	0.096	1106	0
capb	1000	100	5	5	11216	0.196	2114	0
capb	1000	100	10	5	20431.5	0.289	1948	0
capc	1000	100	5	5	11189	0.300	2133	0
capc	1000	100	10	5	20040.5	0.353	2094	0
RANDOM								
rand2	500	200	10	10	3.93885e+006	3.751	43659	207
rand2	500	200	20	10	6.08225e+006	2585.122	40725897	244948

4.3 Rezultati nad velikim instancama

ULAZ					CPLEX			
Instanca	$\|I\|$	$\|J\|$	p	q	Optimalno rešenje	Vreme (s)	Iteracija	Ĉvorova
(UN)CAP								
capa	1000	100	1	5	3070.5	0.098	1261	0
capb	1000	100	1	5	2763.5	0.211	2063	0
capc	1000	100	1	5	2538.5	0.321	2193	0
capabc	3000	100	1	5	6979.5	2.370	6883	0
capabc	3000	100	10	5	52983.5	7.147	12798	27
capabc	3000	100	20	5	86302.5	27.192	101987	368
capabc	3000	100	30	5	105817	149.709	690674	4377
capabc	3000	100	40	5	117687	9.279	35074	311
capabc	3000	100	50	5	125856	2.218	4888	31
capABC	3000	300	5	5	nema reŝenja - out of memory			
capABC	3000	300	10	5	88220	2117.693	12411359	69126
capABC	3000	300	20	5	115516	8943.110	39910030	343251
capABC	3000	300	30	5	129145	5960.320	24524730	299354
capABC	3000	300	40	5	135887	1723.028	9297125	111058
capABC	3000	300	50	5	140700	375.593	1886081	25471
capABC	3000	300	100	5	150578	3.9	12756	260
RANDOM								
rand4	1000	400	10	10	7.11288e+006	viŝe od 4h	104309138	468336
rand4	1000	400	100	10	1.66024e+007	1.064	2527	0
rand4	1000	400	150	10	1.66024e+007	0.137	1153	0
rand3	10000	1000	100	10	3.34695e+007	viŝe od 4h	1574393	0

5 Analiza rezultata

Instance su kreirane tako da se može posmatrati uticaj različitih parametara na izvršavanje programa. Može se primetiti da, uglavnom, što je veća razlika p i $|J|$, to su vreme izvršavanja i broj iteracija veći. Kada se p približava $|J|$, vreme izvršavanja je malo čak i za velike vrednosti $|I|$. Ipak, i $|I|$ utiče na kompleksnost problema i broj čvorova je pozitivan tek za $|I| > 1000$, sem u nekoliko slučajeva. Za dve instance nije dobijeno optimalno rešenje u vremenskom ograničenju pa je navedeno do tada najbolje pronađeno, dok jedna instanca nije rešiva u paketu CPLEX. Kod i izvršna verzija programa mogu se preuzeti na strani www.alas.matf.bg.ac.rs/ mr11014.

6 Literatura

[1] Modeling Discrete Competitive Facility Location, Athanasia Karakitsiou