Završni ispit iz Teorije aproksimacija

Zadatak 1. Ispitati da li je prostor $L_1[a,b]$ sa normom $\|f\|_1 = \int_a^b |f(x)|dx$ strogo normiran.

Zadatak 2.

a) Odrediti Furijeov razvoj funkcije $f(x) = |\sin x|$ na intervalu $(-\pi, \pi)$.

b) Izložiti algoritam diskretne Furijeove transformacije.

Zadatak 3.

a) Definisati polinom najbolje ravnomerne aproksimacije funkcije $f \in C[a,b]$ u konačno dimenzionom potprostoru prostora $C[a,b]$. Da li je ovaj polinom jednistven? Obrazložiti odgovor.

b) Formulisati teoremu Čebiševa i dokazati samo dovoljan uslov. (Napomena: neophodno je dokazati stavove koji se koriste u tom dokazu).

c) Ispitati da li je moguće aproksimirati funkciju $f(x) = \cos(x)$ polinomom drugog stepena tako da važi

$$\max_{x\in[-0.5,0.5]} |\cos(x) - p_2(x)| \leq 0.00005.$$

Zadatak 4. Piramidalnim algoritmom dekomponovati signal $x = (32\ 24\ 46\ 14)$ na aproksimaciju i detalje. Za definisanje matrica filtara C^T i D^T koristiti boks funkciju i Haarov talasić.

Zadatak 5. Izvesti multirezolucijski razvoj fukcije $f(x)$ po:

a) multirezolucijskim prostorima V_j i prostorima talasića W_j.

b) prostorima talasića W_j.