

Završni ispit iz Teorije aproksimacija

Zadatak 1.

- Naći polinom najbolje ravnomerne aproksimacije $P_3(x)$ funkcije $f(x) = x^4$ i proceniti grešku aproksimacije.
- Dokazati da je polinom najbolje ravnomerne aproksimacije neprekidne funkcije jedinstven.

Zadatak 2.

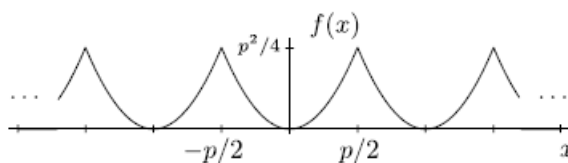
- Definisati polinom reda n najbolje srednjekvadratne aproksimacije periodične funkcije $f(x)$ u prostoru $\mathcal{L}_2[-\pi, \pi]$ i izvesti njegove koeficijente.
- Šta se dešava sa polinomom reda n iz dela pod b) kada $n \rightarrow \infty$? Obrazložiti odgovor.

Zadatak 3. Neka je $\varphi^{(0)}$ početna funkcija kaskadnog algoritma definisana sa:

$$\varphi^{(0)}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2}; \\ -1, & \frac{1}{2} \leq x < 1. \end{cases}$$

Ako je $h(0) = h(1) = \frac{1}{2}$, napisati analitički izraz i nacrtati $\varphi^{(1)}(x)$ i $\varphi^{(2)}(x)$, koje su dobijene kaskadnim algoritmom. Ispitati da li niz $\varphi^{(k)}(x)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ konvergira i ako konvergira, odrediti funkciju koja predstavlja njegovu graničnu vrednost.

Zadatak 2. Odrediti Furijeov razvoj za deo po deo paraboličku funkciju $f(x)$ sa slike.



Zadatak 5. Detaljno opisati algoritam diskretne Furijeove transformacije.