

Mravlje kolonije (Ant Colony Optimization - ACO)

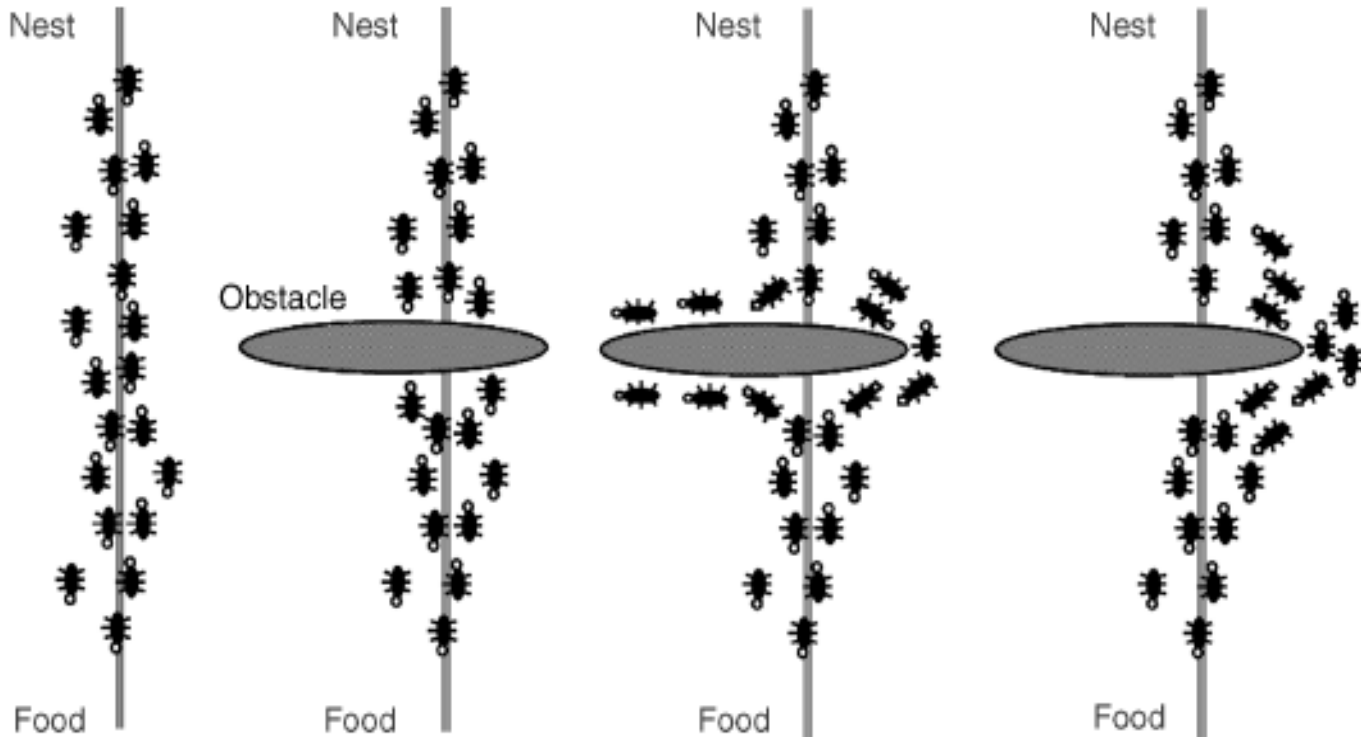
Prof. Zorica Stanimirović
Faculty of Mathematics, University of Belgrade
zoricast@matf.bg.ac.rs

Matematički fakultet, 2018.

Ant Colony Optimization - ACO

- **Ideja:** oponašanje mrava prilikom kretanja od izvora hrane do mravinjaka.
- Mravi za sobom ostavljaju trag – **feromon**, koji im pomaže u komunikaciji prilikom pronalaženja puta.
- Mrav bira put u zavisnosti od toga koliko feromona ima na njemu. Što više mrava prođe putem, jači će biti trag feromona.
- Posle izvesnog vremena, svi mravi će se kretati istim putem.

Ant Colony Optimization - ACO



Traženje optimalnog puta između izvora hrane i mravinjaka

Ova indirektna forma kooperacije naziva se stigmergija (*stigmergy*)

Ant Colony Optimization - ACO

- Dva osnovna koraka ACO algoritma su:
 - **Konstrukcija rešenja**
 - **Ažuriranje traga feromona**
- Ažuriranje feromona podrazumeva
 - proces pojačavanja feromona – **osvežavanje**
 - proces isparavanja feromona – **evaporacija**
- **Pomoćni korak:**
 - **heuristika** koja pomaže mravima pri odlučivanju

Ant Colony Optimization - ACO

- Osnovna šema:

Initialize the pheromone trails ;

Repeat

For each ant Do

 Solution construction using the pheromone trail ;

Update the pheromone trails:

 Evaporation ;

 Reinforcement ;

Until Stopping criteria

Output: Best solution found or a set of solutions.

Ant Colony Optimization - ACO

Konstrukcija rešenja:

- Svaki mrav se može posmatrati kao jedna stohastička pohlepna (greedy) procedura koja konstruiše rešenje
- Mrav dodaje komponente rešenja na prethodno izgrađene delove dok ne kompletira jedno dopustivo rešenje
- Ako se pretraživački prostor posmatra kao graf, svaki mrav konstruiše jednu stazu (path) u grafu koja predstavlja jedno dopustivo rešenje u pretraživačkom prostoru
- Rešenje se gradi pomoću **traga feromona** i informacije dobijene iz **heuristike**

Ant Colony Optimization - ACO

Konstrukcija rešenja:

- ***Trag feromona:***

- Feromon pamti karakteristike dobro izgrađenog rešenja ili delova rešenja, koje se dalje koriste pri konstrukciji novih rešenja mrava.
- Feromon se menja dinamički tokom procesa potrage za rešenjem.
- Predstavlja neku vrstu memorije kompletnog procesa potrage mrava za rešenjem.

- ***Informacija iz heuristike:***

- Ova informacija pomaže mravima tako što im nagoveštava kako da odlučuju prilikom izgradnje rešenja.
- Pitanje izbora heuristike je od velikog značaja za efikasnost celokupnog ACO algoritma.
- Heuristika se mora prilagoditi karakteristikama problema.

Ant Colony Optimization - ACO

Trag feromona se u svakoj iteraciji ažurira pomoću informacije iz izgrađenih (parcijalnih ili kompletnih) rešenja, kroz

fazu evaporacije i fazu pojačavanja (osvežavanja) feromona.

Matrica feromona $\tau = [\tau_{ij}]$ se ažurira u svakoj iteraciji, pri čemu τ_{ij} predstavlja poželjnost i-te komponente rešenja na j-tom mestu

Faza evaporacije:

U ovoj fazi feromon opada automatski po formuli

$$\tau_{ij} = (1-\rho) \tau_{ij},$$

gde je $\rho \in (0,1]$ je konstantna stopa evaporacije feromona koja se obično bira na slučajan način iz intervala ***(0,1]***

Cilj evaporacije je da se podstakne raznovrsnost (diversifikacija) rešenja, i tako izbegne preuranjena konvergencije svih mrava ka „dobrim“ rešenjima.

Ant Colony Optimization - ACO

- **Faza pojačavanja (osvežavanja) feromona:**

- U ovoj fazi se pojačava feromon na osnovu konstruisanog rešenja (delimičnog ili potpunog) jednog ili više mrava.
- Vrednost koju dodajemo zavisi od kvaliteta konstruisanog (kompletnog ili parcijalnog) rešenja.
- Strategija osvežavanja feromona zavisi od konkretnog problema koji se rešava pomoću ACO

Moguće strategije osvežavanja feromona:

- 1. Online step-by step feromone update***

Svaki mrav osvežava trag feromona τ_{ij} u svakom koraku konstrukcije svog rešenja. Mrav će osvežiti trag feromona proporcionalno kvalitetu parcijalnog rešenja koji je konstruisao.

Ant Colony Optimization - ACO

Moguće strategije osvežavanja feromona (nastavak):

2. *Online delayed feromone update*

Svaki mrav osvežava trag feromona τ_{ij} tek kada konstruiše svoje kompletno rešenje. Mrav će osvežiti trag feromona proporcionalno kvalitetu rešenja koji je konstruisao.

3. *Offline feromone update*

Trag feromona τ_{ij} se osvežava tek kada **svi mravi** generišu kompletno rešenje. Ova strategija ima više varijanti:

3.a) *Quality-based pheromone update*

Trag feromona se osvežava vrednošću koja je proporcionalna vrednosti najboljeg pronađenog rešenja ili **k** najboljih rešenja (recimo, njihova srednja vrednost).

Ant Colony Optimization - ACO

Moguće strategije osvežavanja feromona (nastavak):

3. *Offline feromone update*

3.a) *Quality-based pheromone update*

3.b) *Rank-based pheromone update*

Samo mravi koji su našli **k najboljih rešenja** osvežavaju trag feromona, proporcionalno kvalitetu svojih konstruisanih rešenja.

3.c) *Worst pheromone update*

Mrav (ili mravi) koji generišu **najgore rešenje** će **smanjiti** trag feromona, a ostali mravi ne utiču na osvežavanje traga feromona.

3.d) *Elitist pheromone update*

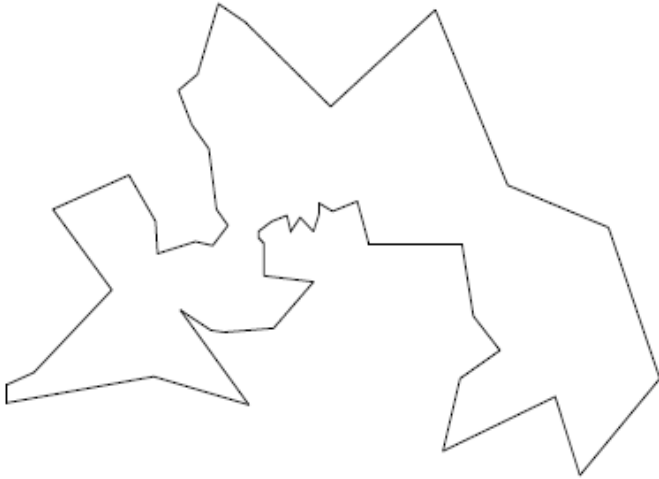
Samo mrav koji je našao **najbolje rešenje** će osvežiti trag feromona da bi se pretraga usmerila u tom smeru.

ACO for Travelling Salesman Problem

Problem trgovačkog putnika (TSP)

- Dat je skup čvorova V koji predstavljaju gradove $|V|=n$ i skup grana E , odnosno, skup uređenih parova (i,j) , $i,j \in V$
- Svakoj grani (i,j) je dodeljena težina C_{ij} (troškovi putovanja od i do j , obično proporcionalni rastojanju d_{ij})
- Dobijamo usmereni težinski graf $G=(V,E)$
- Cilj TSP: Odrediti turu u grafu sa najmanjom cenom, odnosno turu trgovačkog putnika sa najmanjim troškovima
- U razmatranoj varijanti TSP, početni čvor (polazni grad) nije fiksiran
- TSP spada u klasu NP-teških problema komb. optimizacije

Travelling Salesman Problem



TSP instance with 52 cities.



TSP instance with 24,978 cities.

The size of the search space is $n!$

Number of Cities n	Size of the Search Space
5	120
10	3, 628, 800
75	2.5×10^{109}

ACO for Travelling Salesman Problem

Definicija traga feromona i način konstrukcije rešenja?

- **Trag feromona** se dodeljuje svakoj grani (i,j)

Predstavljen je matricom feromona $\tau = [\tau_{ij}]$, gde τ_{ij} predstavlja poželjnost grane (i,j) u turi trgovačkog putnika

Matrica traga feromona se inicijalizuje nekim početnim (obično jednakim) vrednostima ili vrednostima koje su obrnuto proporcionalne troškovima puta od i do j .

- **Rešenje se konstruiše** kao stohastička tura - svaki mrav konstruiše turu na sledeći način: za proizvoljno izabrani polazni grad i , naredni grad j se bira sa verovatnoćom

$$p_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{\sum_{k \in S} \tau_{ik}}, \quad \forall j \in S$$

S = skup neposećenih čvorova iz V

U početnoj iteraciji, svaki mrav bira polazni grad i na slučajan način.

ACO for Travelling Salesman Problem

Modifikacija sa upotrebom pomoćne heuristike:

- Neka je $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$, gde je d_{ij} rastojanje između čvorova i i j
- Za već izabrani grad i u turi, naredni grad j se bira sa verovatnoćom

$$p_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \times \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{k \in S} \tau_{ik}^{\alpha} \times \eta_{ik}^{\beta}}, \quad \forall j \in S$$

α, β = parametri koji definišu relativni uticaj feromona i rastojanja

Za $\alpha = 0$ ACO postaje stohastički greedy algoritam u kome je najverovatnije da će najbliži grad biti izabran, feromoni nemaju uticaja

Za $\beta = 0$ samo feromoni usmeravaju pretragu i u ovom slučaju može lako doći do završetka rada ACO u lokalnom optimumu

Dakle, treba naći ravnotežu između heuristike i traga feromona.

Važno: pomoćna heuristika zavisi od konkretnog problema koji se rešava
(**problem-dependent!**)

ACO for Travelling Salesman Problem

Evaporacija feromona:

Za svaku granu (i,j) , feromon τ_{ij} na ovoj grani evaporira na sledeći način

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij}, \quad \forall i, j \in [1, n]$$

gde je $\rho \in (0,1]$ konstantna stopa evaporacije feromona

Pojačavanje traga feromona:

Svaki mrav će pojačati trag feromona na svakoj grani u konstruisanoj turi proporcionalno kvalitetu najboljeg konstruisanog rešenja, odnosno ture π .

$$\tau_{i\pi(i)} = \tau_{i\pi(i)} + \Delta, \quad \forall i \in [1, n] \quad \Delta = 1/f(\pi)$$

ACO for Travelling Salesman Problem

Initialize the pheromone information ;

Repeat

For each ant Do

Solution construction using the pheromone trails:

$S = \{1, 2, \dots, n\}$ /* Set of potentially selected cities */

Random selection of the initial city i ;

Repeat

Select new city j with probability $p_{ij} = \frac{\tau_{ij}^\alpha \times \eta_{ij}^\beta}{\sum_{k \in S} \tau_{ik}^\alpha \times \eta_{ik}^\beta}$;

$S = S - \{j\}$; $i = j$;

Until $S = \emptyset$

End For

Update the pheromone trail:

For $i, j \in [1, n]$ **Do**

$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij}$ /* Evaporation */ ;

For $i \in [1, n]$ **Do**

$\tau_{i\pi(i)} = \tau_{i\pi(i)} + \Delta$ /* π : best found solution */ ;

Until Stopping criteria

Output: Best solution found or a set of solutions.

Pregled TSP varijanti i test instanci

Najpoznatije TSP biblioteke:

<http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/data/index.html>

<https://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/>

<http://elib.zib.de/pub/mp-testdata/tsp/tsplib/tsplib.html>

<https://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/datasets/tsp/tsp.html>