

Наставно-научном већу  
Математичког факултета  
Универзитета у Београду

На седници Наставно-научног већа Математичког факултета одржаној 23. јуна 2023. године, одређени смо у комисију за и оцену докторске дисертације *Критични графови дијаметра 2* кандидата Јована Радосављевића. На основу увида у садржај дисертације подносимо следећи

## ИЗВЕШТАЈ

### 1 Биографија кандидата

**Јован Радосављевић** рођен је 19. јануара 1992. године. Гимназију у Јагодини завршио је 2011. године, а основне студије Математичког факултета Универзитета у Београду на смеру Информатика 2014. године. Мастер студије на Математичком факултету Универзитета у Београду на смеру Информатика завршио је 2016. године одбраном мастер рада под насловом *Разбијање алгоритма DES грубом силом коришћењем акцелератора Maxeler*. Докторске студије на Математичком факултету, студијски програм Информатика, уписао је 2016. године. Положио је све испите предвиђене планом и програмом докторских студија са просечном оценом 10. Као софтверски инжењер радио је у фирми *Prospeh* од 2015. до 2016. године, у *Телекому Србија* од 2016. до 2018. године и у фирми *ShowingTime* од 2018. до 2021. године. Од 2021. године ради као софтверски инжењер - менаџер у фирми *NetSet*.

### 2 Преглед дисертације и резултати

Дисертација се састоји из  $61 + ix$  страна и три стране прилога (изјава о ауторству, изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада и изјава о коришћењу). Дисертација има четири главе и увод. У списку литературе наведено је 16 референци.

Основни циљ докторске дисертације је проучавање података добијених анализом малих D2C графова (критичних графова дијаметра 2) у односу на поједине хипотезе и њихова карактеризација.

Граф  $G = (V, E)$  је уређени пар скупа чворова  $V$  и грана  $E$ . Ред графа  $G$  је број чворова  $|V|$ , а његова величина је број грана  $|E|$ . Чворови  $u, v \in V$  су суседни ако између њих постоји грана  $uv \in E$ . Растојање  $\text{dist}(u, v)$  чворова  $u$  и  $v$  у  $G$  је дужина најкраћег пута од  $u$  до  $v$ . Дијаметар графа  $G$  је највеће растојање  $\text{dist}(u, v)$  нека два чвора  $u, v$ . У дисертацији се разматрају графови дијаметра 2. Познато је да су асимптотски скоро сви графови дијаметра 2. Због тога је интересантна ужа класа — класа D2C критичних графова дијаметра 2, тј. графова код којих уклањање било које гране води повећавању дијаметра. Поред тога, разматра се још ужа класа примитивних D2C (PD2C) графова, тј. D2C графова који немају два чвора са истим скупом суседа.

У уводном поглављу 2 изложени су основни појмови, алгоритми и тврђења која се користе у дисертацији. Због заокружености текста и везе са темом рада укључени су докази Фанове теореме и теореме Ердеша–Рењија о граници величине појединих класа D2C графова. У наредним поглављима приказују се оригинални резултати у вези са графовима дијаметра 2.

У поглављу 3 описује поступак добијања листе D2C графова реда до 13, као и неке примене те листе. Листа је формирана додавањем филтрирања у програм *geng* из пакета *nauty*, који се користи за излиставање канонских облика неусмерених повезаних графова. Филтрирање графова се врши укључивањем теста дијаметра и теста критичности. Филтрирање је ефикасно, јер се за представљање графа користи низ целих бројева који одговарају врстама матрице повезаности графа. Са уграђеном паралелизацијом формирање списка D2C графова реда до 13 трајало је месец дана. Овим је учињен искорак у односу на коауторски рад аутора дисертације, у коме је формиран списак свих графова дијаметра 2 реда до 10. Добијени резултати непосредно су искоришћени за проверу неколико познатих хипотеза о графовима дијаметра 2. За једну од тих хипотеза пронађен је нови контрапример, граф са 13 чворова.

У поглављу 4 показује се да за свако  $m \geq 3$  D2C граф који садржи клику величине  $m$  мора да има бар  $2m$  чворова. При томе, са тачношћу до на изоморфизам, постоји тачно један граф величине  $2m$  који садржи клику величине  $m$ . До формулације овог резултата дошло се анализом описане листе D2C графова реда до 13.

У поглављу 5 разматрају се PD2C графови са најмањим бројем грана. Из списка свих PD2C графови реда  $n \leq 13$  су издвојени PD2C графови величине највише  $2n - 4$ . Само три од издвојених графова су величине  $2n - 5$ , што је у складу са тврђењем Ердеш-Рењијеве теореме о доњој граници за величину графова дијаметра 2 који не садрже чвор суседан са свим осталим чворовима (та граница је  $2n - 5$ ). PD2C графови величине  $2n - 4$  реда до 13 разврстани су у три групе:

- Прва група припада фамилији  $\mathcal{Z}$ , дефинисаној у дисертацији, која за свако  $n \geq 6$  садржи тачно један PD2C граф реда  $n$  величине  $2n - 4$ .
- Другу групу чини седам Хамилтонових PD2C графова реда највише 9 величине  $2n - 4$ . У дисертацији је доказано да не постоји овакав Хамилтонов граф реда већег од 11, тј. да су пронађених седам графова једини Хамилтонови PD2C графови величине  $2n - 4$ .
- Трећу групу чини јединствени граф који не припада ни једној од прве две групе.

На основу ових резултата формулисана је хипотеза да сви PD2C графови реда  $n \geq 10$  и величине  $2n - 4$  припадају фамилији  $\mathcal{Z}$ .

## 3 Објављени радови из области дисертације

### 3.1 Објављени радови

1. J. Radosavljević, M. Živković, The list of diameter-2-critical graphs with at most 10 nodes, *IPSI Trans. Adv. Res.* **16(1)** (2020).

Link: [http://tar.ipsitransactions.org/indexTAR\\_spec.php?id=36](http://tar.ipsitransactions.org/indexTAR_spec.php?id=36)

2. J. Radosavljević, Diameter-2-critical graphs with at most 13 nodes, *IPSI Bgd Trans. Int. Res.*, **19(2)** (2023), 104–109. **IF: 0.40.**

Link: <http://ipsitransactions.org/journals/papers/tir/2023jul/p11.php>

### 3.2 Радови чије је објављивање у току

1. J. Radosavljević, M. Živković, Minimal diameter-2-critical graphs containing clique  $K_m$ .
2. J. Radosavljević, Z. Stanić, M. Živković, Primitive diameter 2-critical graphs.

## 4 Закључак

Разматрани рукопис садржи важан допринос и значајне оригиналне резултате у вези са проблемима из теорије графова. Кандидат је до сада из области дисертације објавио један самостални и један коауторски рад. Поред тога, два коауторска рада кандидата су у поступку објављивања. На основу свега горе наведеног, и како су испуњени сви формални услови, предлажемо да се рукопис *Критични графови дијаметра 2*, кандидата Јована Радосављевића, прихвати као докторска дисертација, и да се одреди комисија за њену одбрану.

Комисија:

Zoran Stanić

---

(др Зоран Станић, редовни професор, председник)

---

(др Филип Марић, редовни професор)

---

(др Тамара Коледин, ванредни професор, ЕТФ)

Београд, 12. јула 2023. године