

**Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду**

На седници Наставно-научног већа Математичког факултета одржаној 26.01.2024. године у Београду одређени смо за чланове Комисије за преглед и оцену докторске дисертације под насловом

„Услови оптималности за изопериметријске проблеме оптимизације са непрекидним временом”

кандидаткиње Јелене Вицановић. Након прегледа дисертације Комисија подноси Наставно-научном већу Математичког факултета Универзитета у Београду следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Основни подаци о кандидату и дисертацији

Име и презиме: Јелена Вицановић (рођена Пауновић)

Датум и место рођења: 29. март 1987. године у Београду

Образовање: Након завршене XIII београдске гимназије, школске 2006/2007. године уписала је основне академске студије на Математичком факултету у Београду (смер Нумеричка математика и оптимизација) и дипломирала 2011. године. Мастер студије на Математичком факултету у Београду, смер Примењена математика, уписала је 2011. године и положила све предмете са просечном оценом 10,00. Мастер рад под насловом "Преговори у теорији игара" одбранила је 2012. године под менторством проф. др Ђорђа Дугошије чиме је стекла звање Дипломирани математичар - мастер. Докторске студије Математичког факултета Универзитета у Београду (студијски програм Математика) уписала је први пут 2013. године, а други пут 2022. године и положила све испите предвиђене планом и програмом са просечном оценом 9,38.

Радно искуство: Од 2011. до 2015. године радила је као наставник математике прво у Деветој, а затим у Тринаестој београдској гимназији. Од 2015. до 2022. радила је као асистент на Технолошко-металуршком факултету Универзитета у Београду, где је била ангажована у извођењу вежби из предмета Математика 1, Математика 2, Математика 3,

Диференцијалне једначине и Елементи вероватноће и статистике. Тренутно ради на истом факултету као стручни сарадник.

Наслов дисертације: Услови оптималности за изопериметријске проблеме оптимизације са непрекидним временом.

Обим дисертације и библиографија: Дисертација је написана на 62+ix страна и 3 прилога (изјава о ауторству, изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада и изјава о коришћењу). Главни део дисертације састоји се од седам глава, од којих је прва увод. Списак литературе садржи 82 референце.

2. Предмет и циљ дисертације

Предмет ове докторске дисертације је конвексан проблем максимизације са непрекидним временом и дати су неопходни услови оптималности у бесконачно димензионом случају за проблеме са ограничењима типа неједнакости. Основни алат за добијање услова оптималности је нова теорема алтернативе, доказана 2019. године.

Приликом разматрања услова оптималности екстремума за проблем без претпоставке диференцијабилности урађена је линеаризација помоћу субдиференцијала. Уз добијене неопходне услове екстремума доказано је да ће множилац уз функцију циља бити различит од нуле. Такође је показано да ако се раздвоје линеарна и нелинеарна ограничења уз додатне претпоставке може се гарантовати да ће и множилац уз нелинеарна ограничења бити различит од нуле.

У наставку дисертације је првобитном конвексном проблему додато интегрално ограничење па се разматра проблем Љапуновљевог типа, односно изопериметријски проблем. Линеаризација проблема помоћу субдиференцијала се и у овом случају показала као практичан начин да се пренебрегне недостатак диференцијабилности па су на сличан начин изведени услови оптималности. Дат је осврт на то како би се добијени резултати могли пренети на векторски проблем, који до сада у литератури није проучаван са интегралним ограничењем.

На проблему минимизације уз претпоставку глаткости показано је да ће важити услови Каруш-Кун-Такер-овог типа уз додатну претпоставку регуларности ограничења. Такође, свака тачка која задовољава поменуте услове биће и глобални минимум.

Циљ ове дисертације је добијање неопходних услова оптималности екстремума како за глатке, тако и за неглатке случајеве који боље описују реалне ситуације, а са посебним освртом на изопериметријске проблеме. Намера је да се за проблем са интегралним и фазним ограничењем изведу услови оптималности Каруш-Кун-Такер-овог типа, при чему ће множилац уз функцију циља бити различит од нуле. Методи и принципи

показани у дисертацији ће бити значајан алат и инспирација за даља истраживања и проширење знања о конвексним проблемима са непрекидним временом.

3. Садржај дисертације

Садржај дисертације подељен је у седам глава.

У уводу је дат историјски преглед досадашњих достигнућа у области конвексних проблема са непрекидним временом.

Друга глава има за циљ да читаоцу приближи задатке којима се екстремални проблеми баве и да га упозна са приступом и апаратом који ће се користити у доказима главних теорема. Формулисан је конвексан проблем са непрекидним временом и дати су неопходни услови оптималности у коначно димензионом случају. Наведене су теореме алтернативе у коначно димензионим просторима које ће бити од значаја, али и нека уопштења ових тврђења у функционалним просторима. Основни алат за добијање услова оптималности у овој дисертацији биће нова теорема алтернативе, наведена у овој глави.

У трећој глави биће изнети резултати који представљају проширење теорије везане за скаларни случај конвексног проблема оптимизације са непрекидним временом без претпоставке диференцијабилности. Проблем је линеаризован помоћу субдиференцијала. Уз добијене неопходне услове екстремума доказано је да ће множилац уз функцију циља бити једнак јединици. Такође смо показали да ако раздвојимо линеарна и нелинеарна ограничења уз додатне претпоставке можемо гарантовати да ће и множилац уз нелинеарна ограничења бити различит од нуле.

У оквиру четврте главе разматра се изопериметријски проблем који има интегрална и фазна ограничења, тзв. проблем Љапуновљевог типа. Постављени проблем се упоређује са проблемом Љапунова.

Пета глава решава конвексан вишекритеријумски проблем са фазним и интегралним ограничењем типа неједнакости, односно још један тип изопериметријских проблема. Показује се да ће множилац уз функцију циља бити вектор са ненегативним координатама међу којима је најмање једна различита од нуле.

Услови оптималности екстремума за гладак проблем разматрани су у претпоследњој, шестој, глави. На проблему минимизације је показано да ће важити услови Каруш-Кун-Такер-овог типа уз додатну претпоставку регуларности ограничења. Такође ће се закључити да је свака тачка која задовољава поменуте услове глобални минимум, што је илустровано примером.

У закључку (глава седам) се резимирају добијени резултати и разматрају правци будућег рада.

4. Објављени и саопштени резултати из области дисертације

Vicanovic, J. , Marinkovic, B., *Necessary Optimality Conditions for Convex Continuous-Time Optimization Problems*, Journal of Convex Analysis, 30(1), (2023), 5-16, ISSN 0944-6532, <https://www.heldermann.de/JCA/JCA30/JCA301/jca30002.htm>, M23

Vicanovic, J. , *Optimality conditions for isoperimetric continuous-time optimization problems*, Yugoslav Journal of Operations Research 33(2), (2023), 249–258 , ISSN 0354-0243, DOI: <https://doi.org/10.2298/YJOR220415013V>, <https://yujor.fon.bg.ac.rs/index.php/yujor/article/view/1095> , M51

Vicanović, J. , Jović, A., *Continuous-time programming problems*, 50. Међународни симпозијум о операционим истраживањима „SYM-OP-IS 2023“, Тара, 443-447 (2023.), M33

У процесу рецензије се налази рад:

Vicanović, J. , Jović, A., *Optimality criteria for vector isoperimetric continuous-time optimization problems*

Саопштења на семинарима

Неопходни услови екстремума за једну класу проблема оптимизације са непрекидним временом , Студентски семинар Математичког института, 27. мај 2022.

Continuous-time programming problems, 50. Међународни симпозијум о операционим истраживањима „SYM-OP-IS 2023“, Тара, 20. септембар 2023.

Услови оптималности за изопериметријске проблеме оптимизације са непрекидним временом, Одељење за механику Математичког института САНУ, 10. април 2024.

5. Закључак и предлог Комисије

Предмет докторске дисертације „Услови оптималности за изопериметријске проблеме оптимизације са непрекидним временом” , кандидаткиње Јелене Вицановић представља савремену област истраживања са широким практичним применама. Резултати из овог рада дају значајан допринос у области оптимизације, оригинални су и нетривијални.

Део резултата је публикован у три рада међу којима је један самостални, а један у часопису са СЦИ листе. Кандидаткиња је проучила обимну литературу и показала оспособљеност за обављање самосталног научног рада. Стил писања дисертације је јасан и систематичан, а постигнути резултати су детаљно доказани и сликовито представљени на примерима.

Због свега наведеног са задовољством предлажемо Наставно-научном већу Математичког факултета да прихвати приложени текст као докторску дисертацију Јелене Вицановић и одреди комисију за њену јавну одбрану.

У Београду, 23.04.2024.

Чланови комисије:

др Александар Савић, председник комисије
ванредни професор Математичког факултета Универзитета у Београду

др Александар Јовић, члан комисије
доцент Математичког факултета Универзитета у Београду

др Борислав Гајић, члан комисије
научни саветник Математичког института САНУ