

Универзитет у Београду

**Наставно-научно веће
Математичког факултета**

На 321. седници Наставно-научног већа Математичког факултета, која је одржана 22.05.2015. године, одређени смо за чланове комисије за писање извештаја о докторској дисертацији

**АПСТРАКЦИЈА И ПРИМЕНА МАТЕМАТИЧКЕ АНАЛИЗЕ
У НАСТАВИ НА ТЕХНИЧКИМ ФАКУЛТЕТИМА**

кандидата Милољуба АЛБИЈАНИЋА. После прегледа рукописа који је Милољуб Албијанић предао комисији, подносимо Наставно-научном већу Математичког факултета следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Подаци о кандидату

Милољуб АЛБИЈАНИЋ, рођен је 08.07.1967. године у Тометином пољу, општина Пожега, са пребивалиштем у Београду, Брегалничка 20. Дипломирао је на Математичком факултету у Београду, смер *Нумеричка математика, кибернетика и оптимизација* и стекао звање *Дипломирани математичар*. Одбранио је специјалистички рад на Математичком факултету на тему *Диференцне једначине*, код ментора проф. др Миодрага Матељевића и стекао звање *специјалиста математике*. Одбранио је мастер рад *Знање као извор конкурентске предности* на ФЕФА. Докторску тезу *Квантификација утицаја интелектуалног капитала на конкурентност* одбранио је на Универзитету Сингидунум 2011.

Предавао је математику у Електротехничкој школи „Никола Тесла“ у Београду од 1995. до 2003. године, а 2003. био је директор школе. Функцију заменика директора Завода за унапређивање образовања и васпитања обављао је 2004. године. Народни посланик у Народној скупштини Републике Србије био је од 2004. до 2008. године. Функције председника Посланичког клуба обављао је од 2004. до 2006. године, а потпредседник Народне скупштине Републике Србије од 2007. до 2008. године. Директор

ЈП „Завод за уџбенике“ био је од 2008. до 2013. године. Професор Анализе са алгебром у Математичкој гимназији у Београду је од 2007. доцент на Универзитету Сингидунум и ФЕФА је од 2011.

Објавио је књигу *Интелектуални капитал* у издању Службеног гласника. Као коаутор са Добрилом Тошићем и Данијелом Миленковић објавио је књигу *Елементи диференцијалног и интегралног рачуна*, у издању Службеног гласника. Са Милованом Витезовићем и Миодрагом Матељевићем приредио је монографију *Људи интелектуалне врлине: 170 година САНУ*. Објавио је и друге радове из математике, области образовања и економије.

Члан је Друштва математичара Србије и Клуба младих математичара Архимедес. Ожењен је са супругом Светланом и има ћерке Тијану и Милену.

2. Избор из библиографије радова кандидата

Miloljub Albijanić, 2001, *Prava u ravni. Vektorski pristup*, Nastava matematike, s. 16-23, Društvo matematičara Srbije.

Ђорђе Дугошја, **Miloljub Albijanić**, Marko Šegrt, 2007, *Zbirke zadataka iz matematike za prvi i drugi razred srednje škole* (u dve knjige), Društvo matematičara Srbije.

Miloljub Albijanić, 2008, *Diferencne jednačine*, specijalistički rad, Matematički fakultet, Beograd.

Miloljub Albijanić, 2008, Znanje kao izvor konkurentske prednosti, Studije i istraživanja br 8, Institut FEFA, Beograd.

Miloljub Albijanić, 2010, *Ljudski kapital u funkciji ekonomskog rasta i primena na Srbiju*, Kuda ide konkurentnost Srbije? str. 70-107, Urednici, Nebojša Savić, Goran Pitić, FEFA, Beograd.

Miloljub Albijanić, 2011, *Kvantifikacija uticaja intelektualnog kapitala na konkurentnost* (doktorska disertacija), Univerzitet Singidunum, Beograd.

Miloljub Albijanić, 2011, *Intelektualni kapital*, Službeni glasnik, Beograd.

Miloljub Albijanić, Milovan Vitezović, Miodrag Mateljević, 2011, *Ljudi intelektualne vrline: 170 godina SANU*, Zavod za udžbenike, Beograd.

Maja Djurica, **Miloljub Albijanić**, Jovanka Vukmirović, *Intellectual Capital as a Internal Marketing in Serbian Companies, Quality, Innovation, Future* (zbornik radova), str. 45-53, 31 International Innovation, Future and Organization, Faculty of Organizational Science, University of Maribor, 2012.

Dobriilo Tošić, **Miloljub Albijanić**, Danijela Milenković, 2012, *Elementi diferencijalnog i integralnog računa*, Službeni glasnik, Beograd.

Gradimir V. Milovanović, Dobrilo D. Tošić, **Miloljub Albijanić**, *Numerical integration of analytic functions*, Numerical Analysis and Applied Mathematics ICNAAM 2012: International Conference, Kos, Greece, DOI 10.1063/1.4756325 <http://www.mi.sanu.ac.rs/gvm/radovi/ASCA-1046-1049.pdf>

M. Mateljević, M. Svetlik, **M. Albijanić**, N. Savić: *Generalizations of the Lagrange mean value theorem and applications*, Filomat 27:4 (2013), 515-528 DOI 10.2298/FIL1304515M; <http://www.pmf.ni.ac.rs/pmf/publikacije/filomat/2013/27-4/F27-4-1.pdf>

M. Albijanić, D. Milenković, D. Tošić, *Hardijev pristup izračunavanju površine*, Simpozijum Matematika i primene, Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2013, Vol. IV(1).

M. Arsenović, **M. Albijanić**, M. Knežević, S. Marek, 2014, *Miodrag Mateljevic-vertikala beogradske matematičke škole*, Simpozijum MATEMATIKA I PRIMENE, Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Vol. V(1).

G.V. Milovanović, **M. Albijanić**, 2015, *A generalized Birkhoff-Young quadrature formula*, Carpathian J. Math. (у штампи).

3. Предмет и садржај дисертације

Докторска дисертација Апстракција и примена математичке анализе у настави на техничким факултетима написана је на 274 + XIV страница.

Проблем истраживања представља процена на који начин апстрактна математичка теорија утиче на примену и како се настава може оплемени и унапредити разумевањем ових појмова. *Предмет истраживања* је настава математичке анализе на техничким факултетима – односно електротехничким, грађевинским и машинским факултетима у Србији. Истраживање односа између апстракције и примене математичке анализе веома је значајно, актуелно и интересантно јер обухвата теоријски приступ и разјашњавање поменутих појмова, затим непосредан увид у начин извођења наставе. Истраживање може да допринесе побољшању извођења наставе и примене математичке анализе у настави. Рад је утемељен на досадашњим достигнућима научних стваралаца као што су Декарт, Њутн, Лајбниц, Лагранж, Бурбакисти, Фурије, Харди, Зорич, Диједоне, Фихтенгољц, Кудрјавцев, Девиде, Петровић, Курепа, Митриновић, Аљанчић. Кандидат је успешно сарађивао са ментором М. Матељевићем и Г.В. Миловановићем са којима има и заједничке радове на SCI листи. Такође, кандидат је успешно сарађивао и са М. Арсеновићем, Ј. Вукмировићем, Д. Тошићем, и др.

Истраживање има два циља: *научни и друштвени*. *Научни циљ* јесте стварање нове научне информације која доприноси развоју методике

наставе математике. *Друштвени циљ* је примена резултата истраживања, допринос разумевању односа апстракције и примене; али и унапређивање методике наставе математике на техничким факултетима. *Генерална хипотеза* рада је: *Методички добро постављена настава математике помаже бољем разумевању односа између апстракције и примене математичке анализе*. Она се у раду операционализује преко посебних хипотеза. Процес научног истраживања проведен је у неколико корака:

1. На самом почетку научног истраживања формирано је *мишљење* да методика наставе има важну улогу у разумевању математичких појмова и теорије. Затим је изграђена *идеја* да је веома важно истражити однос између апстракције и примене математичке анализе. На основу претходног знања, таквим расуђивањем, поставља се *проблем*: како у настави математичке анализе методички превазићи ову поделу и повезати апстракцију и примену?

2. Индуктивном методом прикупљена је научна грађа, извршена је анализа и путем закључивања дошло се до радне претпоставке – *хипотезе*, која је утемељена у претходном научном сазнању, а затим је подвргнута провери.

3. У раду су коришћене квалитативне и квантитативне методе прикупљања и обраде података. У анализи филозофског утемељења математике преовлађује **индуктивна метода**, а за разматрање одређених тема у настави математике више се користи **дедуктивни метод**. Подаци у оквиру емпиријског истраживања обрађивани су статистичким методама. Истраживање је обухватило математику, филозофију и педагогију. Синтезом добијених резултата изведен је закључак. Емпиријско истраживање је обављено на електротехничким, грађевинским и машинским факултетима у Новом Саду, Београду и Нишу. Узорак је био на нивоу друге и треће године студија техничких факултета у Србији (само са студентима који су положили испите који обухватају диференцијални и интегрални рачун функција једне променљиве).

Докторска дисертација *Апстракција и примена математичке анализе у настави на техничким факултетима* садржи: поред ПЕТ главних делова и УВОД, ЛИТЕРАТУРУ, БИОГРАФИЈУ, ИЗБОР ИЗ БИБЛИОГРАФИЈЕ РАДОВА и ПРИЛОГЕ.

Садржај рада је следећи:

УВОД

1. ЕЛЕМЕНТИ ФИЛОЗОФИЈЕ МАТЕМАТИКЕ

1.1. Писмо и логос

1.2. Питагорина школа, природа и број

- 1.3. Платонова Академија и Аристотелов Ликеион
- 1.4. Аксиоматско и дедуктивно заснивање геометрије
- 1.5. Апстракција и примена
 - 1.5.1. Појам апстракције
 - 1.5.2. Три школе математике
 - 1.5.3. Интуиција
 - 1.5.4. Примена математике
 - 1.5.5. Математика и култура

2. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧКЕ АНАЛИЗЕ НА ТЕХНИЧКИМ ФАКУЛТЕТИМА

- 2.1. Програм математичке анализе на техничким факултетима
 - 2.1.1. Упоредивање програма Математичке анализе Универзитета у Берлину са електротехничким факултетима у Србији
 - 2.1.2. Упоредивање програма Математичке анализе Универзитета у Штутгарту са техничким факултетима у Србији
- 2.2. Елементи математичке анализе
 - 2.2.1. Математичка логика и скупови
 - 2.2.2. Математичка индукција
 - 2.2.3. Функција
 - 2.2.4. Декартов правоугли координатни систем
 - 2.2.5. Комплексни бројеви и комплексна равна
 - 2.2.6. Тригонометријске функције и поларне координате
 - 2.2.7. Поларне координате
 - 2.2.8. Гранични процеси и примене
 - 2.2.9. Великани теорије и примене - Њутн и Лајбниц

3. ЕМПИРИЈСКО ИСТРАЖИВАЊЕ И РЕШАВАЊЕ ЗАДАТАКА

- 3.1. Анализа упитника
 - 3.1.1. О настави математике
 - 3.1.2. Методологија истраживања
 - 3.1.3. Основни налази
 - 3.1.4. Дискусија налаза
 - 3.1.5. Закључак и препоруке
- 3.2. Анализа теста
 - 3.2.1. Рачунање и резонување
 - 3.2.2. Анализа решавања задатака
 - 3.2.3. Дискусија налаза и закључак

4. ПЕТ ТЕМА ИЗ МАТЕМАТИЧКЕ АНАЛИЗЕ

- 4.1. Лагранжова теорема, конвексност и последице
 - 4.1.1. Јенсенова неједнакост и други проблеми
- 4.2. Тејлорова формула
 - 4.2.1. Тејлор-Лагранжова једнакост
 - 4.2.2. Ојлерова формула и тригонометријске функције
- 4.3. Хардијев приступ у израчунавању површина равне фигуре
 - 4.3.1. Њутн-Лајбницова формула
 - 4.3.2. Тејлорова формула са остатком у облику интеграла

- 4.4. Фуријеови редови и примене
 - 4.4.1. Конвергенција у L_2 норми
 - 4.4.2. Равномерна конвергенција Фуријеових редова
 - 4.4.3. Увод у Фуријеове трансформације и граничне проблеме
 - 4.4.4. Једначина треперења жице
 - 4.4.5. Дефиниција Фуријеовог реда и примери
- 4.5. Банахова теорема о фиксној тачки и примене
 - 4.5.1. Две примене

5. ПРЕДЛОЗИ ИНОВАЦИЈА У НАСТАВИ МАТЕМАТИЧКЕ АНАЛИЗЕ НА ТЕХНИЧКИМ ФАКУЛТЕТИМА И ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА

- 5.1. Резултати истраживања
- 5.2. Предлози и иновације
 - 5.2.1. Планирање наставе
 - 5.2.2. Пажња, белешке и постављање питања
 - 5.2.3. Стваралачка меморија
 - 5.2.4. Графичко представљање интелигентни поглед
 - 5.2.5. Добро предавање
 - 5.2.6. Наставна средства
- 5.3. Завршна реч

ЛИТЕРАТУРА

МИЛОЉУБ АЛБИЈАНИЋ - БИОГРАФИЈА

ИЗБОР ИЗ БИБЛИОГРАФИЈЕ РАДОВА

Докторски рад *Апстракција и примена математичке анализе у настави на техничким факултетима* састоји се од пет делова.

У првом делу, *Елементи филозофије математике*, теоријски су обрађени појмови апстракције и примене математичке анализе, тј. повезаност између математичких особина природног света и сазнања и спознаје саме математике. Ово излагање помогло је да се направи увод у филозофско разматрање појма апстракције, чиме се започиње пењање ка вишим нивоима, ка општости, што је у математици сасвим уобичајено. Идеја аутора је да покаже да је овај пут симболичких степеница двосмеран, односно да су апстракција и природа повезане математичким универзалним системом.

У раду се затим наводе три школе математике: платонизам, формализам и конструктивизам и отвара се чувено питање да ли по природи математички појмови постоје независно од нашег мишљења? У даљем разматрању расветљава се и појам интуиције у математици.

Други део, *Елементи математичке анализе на техничким факултетима*, драгоцено је везивно ткиво за интегрисање филозофије математике са конкретним темама из математичке анализе. Због тога је приказан кратак преглед појединих тема из математичке анализе. Како су у првом

делу дати елементи филозофије математике, природно је да их аутор препоручује за примену у настави.

Трећи део рада, *Емпиријско истраживање и решавање задатака*, посвећен је емпиријском истраживању наставе математичке анализе на техничким факултетима у Србији. Статистичка анализа емпиријског истраживања састоји се из два дела. Први део је приказ резултата Анкете, која садржи мишљење студената о математици, настави математике и коришћењу уџбеника. Анкету је радило 429 студената електротехничких, грађевинских и машинских факултета у Србији. Студенти су аутору открили своје виђење односа према математици и њеној примени у стручним предметима, о томе какав треба да буде добар наставник математике и како треба да користе уџбенике, збирке задатака и другу литературу. Други део статистичке анализе састојао се од анализе резултата девет задатака које су решавали студенти. Задаци су распоређени у неколико целина: гранични процеси и диференцијални рачун, интегрални, Тејлоров полином и два теоријска задатка. Задатке је решавало 450 студената поменутих техничких факултета. Анализа резултата је захтевала да се значајна пажња посвети методици наставе математичке анализе и да се предложи активности за унапређивање наставног процеса. Овакво истраживање указује да је потребно да се научном раду у овој области посвети посебна пажња са циљем уграђивања и коришћења научних сазнања у процесу наставе.

Четврти део, *Пет тема из математичке анализе*, посвећен је Лагранжовој теореме, конвексности и последицама, Тејлоровом полиному, Хардијевом приступу израчунавања површине, Фуријеовим редовима са применом и Фиксној тачки са две примене. Ове теме изабране су на основу решавања задатака студената. Лагранжова теорема изабрана је због значаја визуелног представљања у настави и лепоте математичке теорије. Друге области обрађене су због тога што неке предложене задатке студенти нису успешно решили.

Пети део, *Предлози иновација у настави математичке анализе на техничким факултетима и закључна разматрања*, садржи резултате истраживања и предлоге иновација. На основу постављених хипотеза, помоћу описаног процеса научног истраживања и добијених резултата у докторском раду *Апстракција и примена математичке анализе у настави на техничким факултетима* аутор изводи Закључак. Препоруке које се односе на иновативне приступе у настави обухватају планирање наставе и унапређивање курикулума, постављање питања, интелигентни поглед, побољшање предавања и коришћење наставних средстава.

4. Научни допринос кандидата

Докторска дисертација *Апстракција и примена математичке анализе у настави на техничким факултетима* веома је значајна, актуелна и интересантна. Она обухвата теоријски приступ и разјашњавање поменутих појмова, непосредан увид у начин извођења наставе и научни допринос у решавању одређених проблема из математичке анализе. Истраживање може да допринесе побољшању извођења наставе и примене математичке анализе у настави, чиме се постижу резултати како у самој математичкој анализи, тако и у унапређивању методике наставе математике.

Научни допринос у докторској дисертацији кандидата Милољуба Албијанића поред посебног методичког приступа наставе математичке анализе испољен је и у посебним доприносима у решавању одређених проблема. У сарадњи са М. Матељевићем формулисао је и решио проблем који се односи на примену Лагранжове теореме на конвексност.

Такође, кандидат је из области конвексности доказао и одређене неједнакости на једноставнији начин у односу на она која су присутна у математичкој литератури.

Из области фиксне тачке, доказује на два начина теорему формулисану у књизи W. A. Sutherland, 1975, *Introduction to metric and topological spaces*, Clarendon Press, Oxford. Такође, дао је једноставнији доказ теореме коју су формулисали и доказали A. Meir & E. Keeler (видети књигу A. Mukherjea and K. Pothoren, 1978, *Real na Functional Analysis*, Plenum Press, New York).

Изабране теме имају одређен ниво апстракције који истовремено може да се примењује у настави и у објашњавању природних појава. У раду је назначено да апстракција и примена налазе јединство у математичком универзалном систему. Ови примери прилог су таквом погледу на свет.

Кандидат Милољуб Албијанић има изузетно дугогодишње искуство у извођењу наставе у Математичкој гимназији у Београду, на Универзитету Сингидунум и факултету ФЕФА. Одбранио је специјалистички рад на Математичком факултету у Београду и докторску дисертацију на Универзитету Сингидунум.

У Заводу за уџбенике, био је главни уредник и уредник у преко педесет издања математичких књига универзитетског нивоа, чиме је дао велики допринос у публикацији математичких књига у Србији. У једном броју књига, био је и рецензент.

5. Закључак и предлог

Кандидат Милољуб Албијанић проучио је обимну литературу из ове области. Успешно се бави наставом и научним радом у овој области. Објавио је више самосталних и коауторских радова који се односе на тему дисертације, од којих и два рада на SCI листи. Тема коју је обрадио је значајна и актуелна, како са теоријског тако и са практичног значаја. Сматрамо да је кандидат у докторској дисертацији дао научни допринос у унапређивању методике наставе математике и посебан допринос у решавању наведених проблема из области математичке анализе.

Имајући у виду све наведене чињенице, Комисија за оцену докторске дисертације предлаже Наставно-научном већу Математичког факултета, Универзитета у Београду, да докторску дисертацију, под насловом *Апстракција и примена математичке анализе у настави на техничким факултетима* **прихвати и одреди Комисију за одбрану.**

У Београду, 12. 01. 2016.

проф. др Миодраг Матељевић, ментор
редовни професор Математичког факултета у Београду и
дописни члан САНУ

проф. др Градимир Миловановић
редовни члан САНУ

проф. др Милош Арсеновић
редовни професор Математичког факултета у Београду