

Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

Одлуком Наставно-научног већа Математичког факултета Универзитета у Београду донетом на 314. седници одржаној 30. 5. 2014. именовани смо у Комисију за преглед и оцену рукописа

„Решавање класе \min - \max проблема робусне дискретне оптимизације са применама“,

који је кандидат **Стефан Мишковић** поднео као своју докторску дисертацију. Комисија је предати рукопис пажљиво прочитала и подноси Наставно – научном већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

Биографија кандидата

Стефан Мишковић је рођен 29. децембра 1987. у Чачку. Основну школу *Др Драгиша Мишовић* и Гимназију у Чачку је завршио као ђак генерације. На Математички факултет у Београду, студијски програм Рачунарство и информатика, уписао се 2006. године, а дипломирао је 2010. године са просеком 9.90. Мастер студије, на студијском програму Математика, модул Рачунарство и информатика, завршио је 2011. са просеком 10.00, одбравивши мастер рад под називом *„Решавање двостепеног проблема инсталације неограничених капацитета применом генетског алгоритма“*. Као ученик гимназије и студент Математичког факултета, учествовао је на бројним националним и међународним такмичењима из математике и програмирања и освајао награде.

Од октобра 2010. до октобра 2012. био је запослен на Математичком факултету у Београду, на Катедри за рачунарство и информатику, као сарадник у настави, а од октобра 2012. до данас као асистент на истом факултету. Током тог периода држао је вежбе из предмета: Увод у организацију рачунара, Увод у архитектуру рачунара, Мрежно рачунарство и Научна израчунавања. Од 2011. године до данас ангажован је на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја под називом *„Развој нових информационо-комуникационих технологија, коришћењем напредних математичких метода, са применама у медицини, енергетици, е-управи, телекомуникацијама и заштити националне баштине“*, број 044006. Од новембра 2011. до јануара 2013. био је запослен као истраживач на Математичком институту САНУ са делом радног времена.

Предмет дисертације

Предмет дисертације су три НП-тешка проблема дискретне оптимизације, чија је функција циља облика мин-макс: вишепериодни локацијски проблем за распоређивање јединица за реаговање у хитним случајевима (енгл. *Multi-period emergency service location problem*), динамички локацијски проблем максималног покривања са више полупречника (енгл. *Dynamic maximal covering location problem with multiple covering radii*) и проблем p -хаб центра неограничених

капацитета са вишеструким алокацијама (енгл. *Uncapacitated multiple allocation p-hub center problem*). Код сва три разматрана проблема неопходно је одредити оптималну локацију ресурса и оптимално додељивање ресурса корисницима, уз одговарајућа ограничења (која се разликују за сваки разматрани проблем), тако да се минимизује максимална вредност транспортних трошкова, односно времена или растојања.

Разматрани проблеми имају велики практични значај, имајући у виду бројне области примене. Вишепериодни локацијски проблем за распоређивање јединица за реаговање у хитним случајевима налази примену у оптималном распоређивању станица хитне помоћи, полицијских и ватрогасних јединица или других јединица за реаговање у хитним случајевима у оквиру одређене области. Динамички локацијски проблем максималног покривања са више полупречника помаже при оптималном одабиру локација за изградњу ресурса (фабрика, услужних центара, служби хитне помоћи, и сл.), који би максимално задовољили потребе становништва неке области, при чему удаљеност ресурса до корисника (одабрани полупречник покривања) директно утиче на ефикасност снабдевања. Проблем р-хаб центра неограничених капацитета са вишеструким алокацијама има значајне примене при оптимизацији телекомуникационих система, система испоруке поштанских и других поштиљака, хитних служби, система снабдевања, итд. Предмет дисертације укључује дефинисање проблема вишепериодног локацијског проблема за распоређивање јединица за реаговање у хитним случајевима и динамичког локацијског проблема максималног покривања са више полупречника, који до сада нису изучавани у литератури, као и развој одговарајућег математичког модела за сваки од проблема и анализа њихове сложености.

Како у ситуацијама у пракси улазни подаци (захтеви корисника, цена или време транспорта) често варирају, у детерминистичке моделе је неопходно укључити непоузданост улазних података у циљу што реалнијег одсликавања ситуација из праксе. Приступ који се у ову сврху најчешће користе у литератури су стохастичко програмирање и оптимизација са пробабилистичким условима. Међутим, проблеми који се јављају приликом примена ова два приступа су следећи: тачне расподеле вероватноћа улазних података су ретко познате у пракси; набрајање свих могућих сценарија који би обухватили сва варирања улазних података је тешко постићи у пракси, и димензија резултујућих оптимизацијских модела драстично расте са порастом броја сценарија, што доводи до тешкоћа при решавању, имајући у виду ограниченост рачунарских ресурса.

Алтернативна стратегија за увођење непоузданости улазних података у математичке моделе је приступ под називом робусна оптимизација. Идеја је да се, полазећи од основног (номиналног) математичког модела, конструише робусни математички модел који ће контролисати степен конзерватизма решења робусног модела у односу на номинални модел, а у зависности од степена одступања улазних података. Резултати досадашњих примена робусне оптимизације за решавање неких проблема оптимизације показују да овај приступ има висок степен прилагодљивости проблему који се решава и у теоријском и рачунском смислу и омогућава решавање и већих димензија робусне варијанте разматраног проблема. Предмет дисертације у овом аспекту је примена робусне оптимизације на разматране детерминистичке моделе, односно формулисање одговарајућих робусних математичких модела за сваки од разматраних дискретних проблема типа $\min\text{-max}$. Робусни математички модели наведених проблема до сада нису разматрани у литератури. Користећи робусну формулацију проблема, могуће је анализирати утицај варирања улазних параметара на вредност функције циља.

Прелиминарни експериментални резултати, као и постојећи резултати из литературе, показали су да егзактне методе могу решити само инстанце проблема мањих димензија, што је и очекивано, имајући у виду сложеност разматраних проблема. Предмет дисертације у овом аспекту је развој хибридних метахеуристичких алгоритама за решавање предложених проблема. Разматране хибридне методе комбинују популационе метахеуристике и метахеуристике

засноване на побољшању једног решења, али се разматра и комбиновање метахеуристика са егзактним методама линеарног програмирања. У циљу добијања квалитетних решења, неопходно је прилагодити елементе сваког од хибридних алгоритама карактеристикама одговарајућег проблема, а затим одредити вредности значајних параметара хибридних алгоритама. За сваки од разматраних проблема (за детерминистичку и робусну варијанту), неопходно је извршити тестирања на одговарајућим инстанцама и поређења са алгоритмима који су до сада предложени у литератури (уколико постоје за дату варијанту проблема или његовог специјалног случаја) или егзактним методама које су уграђене у решавач CPLEX.

Приказ дисертације

Рукопис има 128 страна и обухвата 5 поглавља основног текста, списак коришћене литературе од 163 референце, 7 слика и 22 табеле. Структура рукописа је следећа:

1. Увод
 - 1.1 Min-max проблеми
 - 1.2 Робусна оптимизација
 - 1.3 Појам меметског алгорита
2. Вишепериодни локацијски проблем за распоређивање јединица за реаговање у хитним случајевима
 - 2.1 Математичка формулација
 - 2.2 Робусна формулација
 - 2.3 Сложеност проблема
 - 2.4 Предложени меметски алгорита
 - 2.5 Експериментални резултати
3. Динамички локацијски проблем максималног покривања са више полупречника
 - 3.1 Математичка формулација
 - 3.2 Робусна формулација и сложеност
 - 3.3 Предложени хибридни алгорита
 - 3.4 Експериментални резултати
4. Проблем p -хаб центра неограничених капацитета са вишеструким алокацијама
 - 4.1 Опис проблема и преглед релевантне литературе
 - 4.2 Математичка формулација
 - 4.3 Робусна формулација и сложеност
 - 4.4 Предложени меметски алгорита
 - 4.5 Експериментални резултати
5. Закључак

Литература

У првом (уводном) поглављу су презентоване основне карактеристике мин-мак проблема дискретне оптимизације и представљен концепт меметског алгорита и основне поставке робусне оптимизације.

У другом поглављу је по први пут у литератури представљен вишепериодни локацијски проблем за распоређивање јединица за реаговање у хитним случајевима, као уопштење проблема који је раније разматран у литератури и предложена је одговарајућа мешовита целобројна линеарна формулација проблема. Уопштење у односу на раније разматрани проблем се огледа у томе што је, између осталог, разматрано више од једног временског периода у којем

се врши распоређивање јединица, као и минималан број јединица у сваком од посматраних периода, што боље одсликава ситуацију у пракси. Испитана је сложеност предложеног проблема, односно показано је да је проблем НП-тежак. Полазећи од детерминистичког модела разматраног проблема, развијен је и одговарајући робусни модел, под претпоставком да су улазни параметри који се односе на број инцидената у свакој од посматраних локација (насељених места) подложни варирању по непознатим расподелама.

У трећем поглављу је описан динамички локацијски проблем максималног покривања са више полупречника, који такође до сада није разматран у литератури. Предложени проблем представља уопштење динамичког локацијског проблема максималног покривања који је раније разматран у литератури. Уопштење је добијено увођењем више од једног максималног полупречника покривања и параметара којима се контролише ефикасност покривања корисника за сваки полупречник покривања. Предложени проблем је НП-тежак, јер је за његов потпроблем раније показано да је НП-тежак. Под претпоставком да захтеви корисника (потражња за робом, односно услугом) варирају по непознатим расподелама у сваком од разматраних периода, развијена је робусна варијанта динамичког локацијског проблема максималног покривања са више полупречника.

У четвртном поглављу је разматран познати проблем p -хаб центра неограничених капацитета са вишеструким алокацијама, за који је раније показано у литератури да је НП-тежак. Полазећи од детерминистичке варијанте разматраног проблема, предложена је одговарајућа робусна варијанта, под претпоставком да су количине протока (робе) између чворова-снабдевача и чворова-корисника подложне варирању.

За сваки од разматраних проблема имплементиран је одговарајући хибридни метахеуристички алгоритам који решава и детерминистичку и робусну варијанту проблема. Предложени хибридни алгоритми су настали комбиновањем оптимизације ројем честица и хеуристика заснованих на локалном претраживању у оквиру концепта меметског алгоритма. Сваки од предложених алгоритама је прилагођен особинама решаваног проблема и детаљно је описан у одговарајућем одељку. У случају вишепериодног локацијског проблема за распоређивање јединица за реаговање у хитним случајевима уместо класичног локалног претраживања коришћена је редуктована метода променљивих околина. За динамички локацијски проблема максималног покривања са више полупречника, предложени меметски алгоритам је хибридизован са методом заснованом на линеарном програмирању. У све три имплементације коришћено је бинарно кодирање решења, а начин рачунања позиције честице је прилагођен кодирању, при чему је коришћена и друга најбоља глобална позиција честице. Коришћен је елитистички приступ, који подразумева да високо квалитетна решења директно пролазе у наредну итерацију алгоритма. Примењене су разне стратегије за убрзање предложених алгоритама, посебно при рачунању функције циља и хеуристика локалног претраживања. Код првог проблема, теоријски је доказано се вредности функције циља робусне варијанте проблема могу једноставно добити од одговарајућих вредности функције циља детерминистичког проблема.

Евалуација предложених детерминистичких и робусних математичких модела и хибридних метахеуристичких алгоритама је извршена на скупу (модификованих) инстанци проблема из литературе и новим инстанцама генерисаним за потребе тестирања. За сваки од предложених хибридних алгоритама, методом анализе варијансе утврђене су вредности одговарајућих параметара и резултати анализе су представљени у одговарајућем поглављу. Сваки од предложених хибридних алгоритама је упоређен са методама из литературе које су развијене за специјалан случај одговарајућег проблема. Добијени експериментални резултати указују на предности предложених алгоритама у смислу квалитета решења и/или брзине извршавања, што се посебно огледа у случају инстанци већих димензија. Такође, по први пут у литератури приказани су резултати за робусне и детерминистичке варијанте проблема који до сада нису били

разматрани. У случају робусних варијанти, анализиран је утицај варирања улазних параметара на одступања у вредностима функције циља у односу на вредност функције циља детерминистичке варијанте. За сваки од разматраних проблема, експериментални резултати, њихова анализа и поређење са постојећим резултатима у специјалним случајевима представљени су у одговарајућим поглављима.

Закључак са кратким прегледом научног доприноса и добијених резултата је приказан у последњем, петом поглављу.

Главни научни доприноси дисертације

Резултати приказани у дисертацији представљају научни допринос са теоријског и практичног аспекта областима комбинаторне оптимизације, робусне оптимизације и метахеуристичких метода. Допринос области комбинаторне оптимизације се огледа у развоју математичких модела за проблеме од практичног значаја, који до сада нису били разматрани у литератури. Такође, развијени су робусни математички модели за сваки од три разматрана проблема, што представља допринос области робусне оптимизације дискретних проблема. Развијене су хибридне метахеуристичке методе за решавање и детерминистичких и робусних варијанти разматраних проблема које успешно комбинују метахеуристике различитог типа, у циљу максималног искоришћења њихових комплементарних карактеристика, као и хибридизација са егзактном методом у случају једног од проблема.

Прецизније, научни доприноси истраживања приказаног у рукопису су следећи:

- За вишепериодни локацијски проблем за распоређивање јединица за реаговање у хитним случајевима и динамичког локацијског проблема максималног покривања са више полупречника, развијени су одговарајући математички модели, односно предложене мешовите целобројне линеарне формулације проблема. Ови проблеми до сада нису разматрани у литератури. Математички модели предложени у овој дисертацији представљају уопштења постојећих модела из литературе.
- За вишепериодни локацијски проблем за распоређивање јединица за реаговање у хитним случајевима је дат доказ да је НП-тежак. Прецизније, први пут у литератури је показано да је потпроблем разматраног проблема НП-тежак, одакле следи да је проблем разматран у дисертацији такође НП-тежак.
- За сваки од три разматрана дискретна проблема развијен је одговарајући робусни модел, код кога одређени улазни параметри варирају: број инцидената у свакој од посматраних локација (насељених места) код првог проблема, захтеви корисника (потражња за робом односно услугом) у случају другог проблема и количина протока (робе) између чворова-снабдевача и чворова-корисника у случају трећег проблема.
- Развијени су хибридни метахеуристички алгоритми за решавање детерминистичких и робусних варијанти предложених проблема, који су настали комбиновањем оптимизације ројем честица као популацијске метахеуристике и неке од хеуристике заснованих на локалном претраживању у оквиру концепта меметског алгоритма. У случају вишепериодног локацијског проблема за распоређивање јединица за реаговање у хитним случајевима уместо класичног локалног претраживања коришћена је редукована метода

променљивих околина. За динамички локацијски проблем максималног покривања са више полупречника, предложени меметски алгоритам је хибридизован са методом заснованом на линеарном програмирању. Сви елементи предложених алгоритама су прилагођени особинама разматраних проблема. Примењене су разне стратегије за убрзање предложених алгоритама, посебно при рачунању функције циља и хеуристика локалног претраживања.

- Детаљно је анализиран утицај различитих вредности параметара хибридних алгоритама на квалитет добијених решења. Адекватне вредности значајних параметара су одређене анализом варијансе.
- Сваки од предложених хибридних алгоритама је упоређен са методама из литературе које су развијене за специјалан случај одговарајућег проблема, а добијени резултати указују на предности предложеног алгоритма у смислу квалитета решења и/или брзине извршавања, што се посебно огледа у случају инстанци већих димензија.
- По први пут у литератури приказани су резултати за робусне и детерминистичке варијанте проблема који до сада нису били разматрани.
- У случају робусних варијанти, анализиран је утицај варирања улазних параметара на одступања у вредностима функције циља у односу на вредност функције циља детерминистичке варијанте.

Научни радови кандидата

Оригинални резултати кандидата који се односе на проблематику докторске дисертације публиковани су у радовима:

[1] Mišković, S., Stanimirović Z., "Hybrid metaheuristic method for solving a multi-period emergency service location problem", *Information Technology and Control*, прихваћен за публикавање, потврда у прилогу (M23)

[2] Mišković, S., Stanimirović, Z., Grujičić, I., "Solving the robust two-stage capacitated facility location problem with uncertain transportation costs", *Optimization Letters*, 2016, <http://link.springer.com/article/10.1007/s11590-016-1036-2>, DOI 10.1007/s11590-016-1036-2 (M22)

[3] Mišković, S., Stanimirović, Z., Grujičić, I., "An efficient variable neighborhood search for solving a robust dynamic facility location problem in emergency service network", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, Vol. 47, 2015, pp.261-268, DOI: 10.1016/j.endm.2014.11.034

[4] Mišković, S., "Dynamic maximal covering location problem with multiple covering radii". *Proceedings of the XLII International Symposium on Operations Research*, Silver Lake Resort, Serbia, pp. 225-228.

Остале публикације кандидата:

[5] Stanimirović, Z., Mišković, S., "A hybrid evolutionary algorithm for efficient exploration of online social networks", *Computing and Informatics*, Vol. 33, No. 2, pp. 410-430, 2014. (M23)

[6] Mišković, S., Stanimirović, Z., "A Memetic Algorithm for Solving Two variants of the Two-Stage Uncapacitated Facility Location Problem", *Information Technology and Control* 42 (2), 131-149, 2013. (M23)

[7] Stanimirović, Z., Mišković, S., "Efficient Metaheuristic Approaches for Exploration of Online Social Networks" (chapter), In: Wen-Chen Hu, Naima Kaabouch(Eds.); *Data Management, Technologies, and Applications*, Chapter 10, pp. 222-269, ISBN: 1-466-64699-3, IGI Global, 2013. (M13)

[8] Mišković, S., "Problem of Exploration of Online Social Networks with Interaction Between Resource Nodes". *Proceedings of the XI Balkan Conference on Operational Research*, Belgrade-Zlatibor, Serbia, 2013, pp. 298-306.

[9] Mišković, S., Stanimirović, Z., "A Hybrid Evolutionary Algorithm for Solving the Two-Stage Capacitated Facility Location Problem". *Proceedings of the XI Balkan Conference on Operational Research*, Belgrade-Zlatibor, Serbia, 2013, pp. 23-32.

[10] Mišković, S., Stanimirović, Z., "Memetic Algorithm for the Balanced Resource Location Problem with Preferences", The 6th International Conference on. Information, Intelligence, Systems and Applications (IISA 2015), July 06 – 08, 2015, Corfu, Greece, IEEE Conference publications, ISBN 978-1-4673-9311-9, 2015, Pages: 1 - 6, DOI: [10.1109/IISA.2015.7388100](https://doi.org/10.1109/IISA.2015.7388100)

[11] Mišković, S. "Rešavanje dvostepenog problema instalacione ograničenih kapaciteta primenom genetskog algoritma", *Zbornik radova II Simpozijuma "Matematika i primene"*, Beograd, Srbija, 2012, pp.133-142.

[12] Stanimirović, Z., Mišković, S., Trifunović D., "Metod optimizacije za efikasno otkrivanje i prevenciju vršnjačkog nasilja na društvenim mrežama", u: „*Reagovanje na bezbednosne rizike u obrazovno-vaspitnim ustanovama*“, urednici prof. dr Boris Kordić, doc. dr Ana Kovačević, prof. dr Božidar Banović, Univerzitet u Beogradu, Fakultet bezbednosti, Beograd, ISBN: 978-86-84069-69-8, 2012, pp. 243-260, UDK 519.876.3:[364.63:004.738.5].

[13] Mišković, S. "Hibridni genetski algoritam za jednostepeni lokacijski problem ograničenih kapaciteta". *Zbornik radova III Simpozijuma "Matematika i primene"*, Beograd, Srbija, 2013, pp.105-110.

[14] Mišković, S., "Lokacijski problem optimalnog raspoređivanja korisnika s prioritetima". *Zbornik radova V Simpozijuma "Matematika i primene"*, Beograd, Srbija, 2015, pp. 12-21.

Тренутно су на рецензији следећи радови:

[15] Mišković, S. "A VNS-LP Algorithm for the Robust Dynamic Maximal Covering Location Problem"

[16] Mišković, S, Stanimirović, Z., "A hybrid metaheuristic method for the deterministic and robust uncapacitated multiple allocation p-hub center problem "

Закључак

У рукопису „Решавање класе min-max проблема робусне дискретне оптимизације са применама“, кандидат Стефан Мишковић је показао систематично познавање области комбинаторне оптимизације, робусне дискретне оптимизације и метахеуристичких метода. Овладао је применом техника робусне оптимизације на проблеме комбинаторне оптимизације и развио робусне математичке моделе за три дискретна локацијска проблема типа min-max. Извршио је хибридизацију метахеуристичких алгорита за решавање детерминистичких и робусних варијанти разматраних проблема и адекватно подешавање параметара алгорита кроз статистичке тестове. Анализа екперименталних резултата на реалним и генерисаним инстанцама проблема показује да су резултати предложених имплементација алгорита упоредиви или бољи

од постојећих метода за решавање детерминистичких или робусних варијанти проблема из литературе.

Кандидат је кроз рад на дисертацији дао теоријски и практични допринос решавању $\min\text{-max}$ проблема робусне дискретне оптимизације. Резултати истраживања приказани у раду отварају пут ка решавању сличних проблема комбинаторне оптимизације и њихових робусних варијанти применом хибридних метахеуристичких алгоритама. Стога предлажемо Наставно-научном већу Математичког факултета Универзитета у Београду, да рукопис „Решавање класе $\min\text{-max}$ проблема робусне дискретне оптимизације са применама“ кандидата Стефана Мишковића, прихвати као докторску дисертацију и одреди комисију за јавну одбрану.

У Београду,
6. 9. 2016. године

(др Зорица Станимировић, ванредни професор - ментор)

(др Миодраг Живковић, редовни професор)

(др Мирослав Марић, ванредни професор)

(др Татјана Давидовић, виши научни сарадник
Математичког института САНУ)



**KAUNAS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF INFORMATICS**

Public Institution, K. Donelaičio g. 73, 44029 Kaunas.
Data accumulated and stored in the Register of Legal Entities, code 111950581.
Faculty data: Studentų g. 50, 51368 Kaunas, tel. (8 37) 30 03 50,
fax (8 37) 30 03 52, if.ktu.edu, email: if@ktu.lt

Stefan Mišković
Faculty of Mathematics, University of Belgrade,
Studentski trg 16/IV, 11 000 Belgrade, Serbia

2016-08-31

CERTIFICATE ON PUBLISHING IN THE JOURNAL

This is to certify that the paper „Hybrid metaheuristic method for solving a multi-period emergency service location problem“ by Stefan Mišković and Zorica Stanimirović is accepted and will be published in the journal “Information Technology and Control” 2016, Vol.45, No.3.

Editor-in-Chief

Robertas Damaševičius

Giedrė Drėgvaitė, tel. (8 37) 30 03 53, faks. (8 37) 30 03 52, el. p. giedre.dregvaite@ktu.lt