Изборном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

Одлуком Изборног већа Математичког факултета у Београду донетом на 116. седници одржаној 29. марта 2024. године, именовани смо за комисију за писање извештаја за **избор једног редовног професора за научну област Диференцијалне једначине.** С тим у вези подносимо следећи

ИЗВЕШТАЈ

Конкурс је објављен 10. априла 2024. године у часопису „Послови" број 1087. На конкурс се пријавио један кандидат, др Јелена Катић.

1 Биографија кандидата

Др Јелена Катић рођена је 12. септембра 1976. у Ваљеву. Основну школу и гимназију је завршила у Београду.

На Математичком факултету у Београду је дипломирала 2000. године са средњом оценом 9,93 на смеру Теоријска математика и примене. Током студија боравила је у Лабораторији за биомеханику Универзитета у Санта Катарини у Бразилу, од јуна до септембра 1998.

Награђена је Наградом Математичког факултета за успех на студијама 2000. године и била стипендиста Републичке фондације за развој научног и уметничког подмлатка од 1998. до 2000. и стипендиста Краљевине Норвешке 2000. године.

Магистрирала је 2004, а докторирала 2008. године на Математичком факултету у Београду.

Бави се динамичким системима на глатким (специјално, симплектичким) многострукостима, и изучавањем Хамилтонових система методама нелинеарних диференцијалних једначина на многострукостима, симплектичке и диференцијалне топологије, и нелинеарних Коши–Риманових парцијалних диференцијалних једначина (псеудо-холоморфних кривих), као и градијентним системима и тополошким динамичким системима. Била је истраживач на више научних пројеката, од којих је последњи 174034 „Топологија, геометрија и глобална анализа на многострукостима и дискретним структурама".

Аутор је осамнаест научних радова и два стручна рада. Резултати њених радова су излагани на четрнаест научних скупова, од којих су три била предавања по позиву. Учествовала је на више конференција и радионица у земљи и иностранству, и била у организационом одбору осам научних скупова.

Од школске 2000/2001. године ради на Математичком факултету у Београду као асистент приправник, од 2004. као асистент, од 2009. као доцент, а од 2018. као ванредни професор. Реизабрана је у звање ванредног професора у децембру 2023. године. Од 2016. до 2022. године обављала је дужност шефа Катедре за диференцијалне једначине.

2 Списак радова

Др Јелена Катић је аутор следећих радова:

Научни на СЦИ листи од избора у звање ванредног професора:

(1) M. Đorić, J. Katić, B. Lasković, *On polynomial entropy of induced maps on symmetric products*, Acta Mathematica Hungarica, **171 (2)**, 334–347, 2023. DOI: 10.1007/s10474-023-01386-8; импакт фактор (2022): 0.9, категорија M22

(2) M. Đorić, J. Katić, *Polynomial entropy of induced maps of circle and interval homeomorphisms*, Qualitative Theory of Dynamical Systems 22:103 (2023) DOI: 10.1007/s12346-023-00806-y; импакт фактор (2022): 1.4, категорија M21

(3) J. Katić, D. Milinković, J. Nikolić, *A Note on Partial Quasi-Morphisms and Products in Lagrangian Floer Homology in Cotangent Bundles*, Mediterranean Journal of Mathematics **19**, 149 (2022) DOI: 10.1007/s00009-022-02043-0; импакт фактор (2021): 1.398, категорија M21

(4) J. Katić, D. Milinković, J. Nikolić, *Spectral numbers and manifolds with boundary*, Methods in Nonlinear Analysis, 55 (2020), no. 2, 617–653. DOI: 10.12775/TMNA.2019.108; импакт фактор (2021): 0.978, категорија M22

Остали научни радови на СЦИ листи:

(5) J. Katić, M. Perić, *On the polynomial entropy for Morse gradient systems*, Mathematica Slovaca **69**, No. 3, 611–624, 2019, импакт фактор (2021): 0.996, категорија M22, `https://doi.org/10.1515/ms-2017-025`

(6) J. Katić, D. Milinković, J. Nikolić, *Spectral Invariants in Lagrangian Floer homology of open subset*, Differential Geometry and its Applications, **53**, 220–267, 2017.
`https://doi.org/10.1016/j.difgeo.2017.05.009`; импакт фактор (2017): 0.754, категорија M22

(7) J. Đuretić, J. Katić, D. Milinković, *Comparison of Spectral Invariants in Lagrangian and Hamiltonian Floer Theory,* Filomat **30 (5)**, 1161–1174, 2016. DOI 10.2298/FIL1605161D; импакт фактор (2016): 0.695, категорија M22

(8) J. Katić, D. Milinković, *Coherent orientation of mixed moduli spaces in Morse-Floer theory*, Bulletin of Brazilian Mathematical Society, New Series, **40(2)**, 253–300, 2009. `https://doi.org/10.1007/s00574-009-0013-0`;
импакт фактор (2009): 0.721, категорија M22

(9) J. Katić, D. Milinković, T. Simčević, *Isomorphism between Morse and Lagrangian Floer cohomology ring*, Rocky Mountain Journal of Mathematics, Vol. 41, No. 3, 789–811, 2011.
`https://www.jstor.org/stable/44239870`, импакт фактор (2010): 0.400, категорија M23

(10) J. Katić, *Compactification of mixed moduli spaces in Morse-Floer theory*, Rocky Mountain Journal of Mathematics, **38**, No.3, 923–939, 2008.
`doi:10.1216/RMJ-2008-38-3-923` импакт фактор (2008): 0.421, категорија M23

(11) J. Katić, D. Milinković, *Piunikhin-Salamon-Schwarz isomorphism for Lagrangian intersections*, Differential Geometry and its Applications, **22**, 215–227, 2005.
`https://doi.org/10.1016/j.difgeo.2004.10.008`, импакт фактор (2004): 0.418, категорија M22

Остали научни радови:

(12) J. Katić, D. Milinković, J. Nikolić, *A brief survey of the spectral number in Floer homology*, Theoretical and Applied Mechanics Issue: 47(2), 205–220, 2020., ISSN:1450-5584, категорија M24
DOI: https://doi.org/10.2298/TAM200831012K

(13) J. Katić, D. Milinković, J. Nikolić, *Conormal Lagrangian Floer homology for oper subset and PSS somorphism*, ЗБОРНИК РАДОВА – VII СИМПОЗИЈУМ „МАТЕМАТИКА И ПРИМЕНЕ" 4. и 5. новембар 2016, pp 42–48, Математички факултет; ISBN 978-86-7589-122-2, 2017, категорија M61

(14) J. Katić, J. Djuretić, D. Milinković, *Hofer's geometry for Lagrangian submanifolds and Hamiltonian diffeomorphisms*, Fourth mathematical conference of the Republic of Srpska, Proceedings, Trebinje, 06 07 June, vol. I (2015), 93–100; ISBN 978-99976-600-3-9, категорија M63

(15) J. Katić, *Gluing and Piunikhin - Salamon - Schwarz isomorphism for Lagrangian Floer homology*, Matematički Vesnik, **59**, 211–228, 2007, категорија M51

(16) J. Katić, D. Milinković, *Topological invariants of smooth manifolds via Classical Mechanics and Cauchy - Riemann operator*, Sveske fizičkih nauka, **20**, Institute of Physics, Belgrade, 263–273, 2007, категорија М53

(17) D. Milinković, J. Katić, *On Hofer's geometry of the space of Lagrangian submanifolds*, Proceedings of the Conference Contemporary Geometry and Related Topics, Belgrade 2005, Matematički fakultet, Beograd, 337–351, 2006, категорија М31

(18) J. Katić, *Two views on entropy in dynamical systems*, прихваћен за публиковање у The Teachings of Mathematics, категорија М24

Стручни радови:

(19) J. Катић, *Метод првих интеграла у решавању парцијалних једначина*, Настава математике, **68**, 94–103, 2023.

(20) J. Katić, *Substitution in differential equations as a geometry of their symmetries*, The Teachings of Mathematics, Vol. **XXI**, issue 1 14, 2018.

Наводимо и њену магистарску и докторску тезу:

- Магистарски рад: *Холоморфни дискови, градијентне трајекторије и комутативност дијаграма у Морс–Флоровој хомологији*, Универзитет у Београду, 2004.
- Докторска дисертација: *Модулски простори комбинованог типа у Морс–Флоровој теорији*, Универзитет у Београду, 2008.

3 Опис научног рада кандидата

Даћемо приказ радова [1–20] и докторске и магистарске тезе кандидата.

[1] Свако непрекидно пресликавање f на компактном метричком простору X индукује непрекидно пресликавање 2^f на његовом хиперпростору 2^X, односно простору свих затворених подскупова, снабдевеном Хаусдорфовом метриком. Полазно непрекидно пресликвање дефинише један динамички систем (индивидуална динамика), док индуковано пресликавање дефинише други (колективна динамика). Природно је питање које динамичке особине се преносе са једног динамичког система на други. Неки резултати су већ познати (на пример, познато је да позитивна тополошка ентропија као и и Ли-Јоркова хаотичност индивидуалног система повлаче иста својства колективног, док обрнуто важи за транзитивност, итд.). Израчунавање тополошке и (у случају система мале комплексности) полиномијалне ентропије индукованих динамичких система на хиперпросторима и даље је

у великом броју случајева тежак и нерешен задатак. Уместо хиперпростора свих затворених подскупова, проучавају се и неки специјални хиперпростори, нпр. $C(X)$ означава хиперпростор свих компактних повезаних подскупова, док X^{*k} означава $k-$тоструки симетрични производ. Одговарајућа индукована пресликања означавају се са $C(f)$ и f^{*k}. У раду *On polynomial entropy of induced maps on symmetric products* добијена је доња граница полиномијалне ентропије динамичког система (X^{*k}, f^{*k}), где полазни динамички систем (X, f) има барем једну лутајућу тачку. Ово је уопштење резултата К. Лабрус, који под истим претпоставкама даје доњу границу за полиномијалну ентропију оригиналног система - (X, f), који録 録録малутајућу тачку. Помоћу ове оцене, израчунате су полиномијалне ентропије неких индукованих система на симетричном производу.

[2] У раду *Polynomial entropy of induced maps of circle and interval homeomorphisms* израчуната је полиномијална ентропија хомеоморфизма $C(f)$ и f^{*k}, у случајевима када је f произвољан хомеоморфизам интервала, и када је f хомеоморфизам кружнице који има коначан нелутајући скуп. Коришћене су методе кодирања прилагођене лутајућој динамици, које су увели Озо и Леру.

[3] Познато је да је група $\mathrm{Ham}(M)$ Хамилтонових дифеоморфизама на затвореној симплектичкој многострукости M проста. Слично, универзално наткривање $\widetilde{\mathrm{Ham}}(M)$ за затворену многострукост M је савршена група. Зато ове две групе не допуштају нетривијалне хомоморфизме у адитивну групу реалних бројева $(\mathbb{R}, +)$. У оваквим ситуацијама природно је изучавати квазиморфизме, који се дефинишу као пресликавења $\mu : \mathcal{G} \to \mathbb{R}$ на групи $\mathcal{G}$ за које (по дефиницији) постоји константа $C \geq 0$ за коју важи $|\mu(gh) - \mu(g) - \mu(h)| \leq C$, за све $g, h \in \mathcal{G}$ (квазиадитивност). Квазиморфизам је хомоген ако важи $\mu(g^k) = k \cdot \mu(g)$ за све $g \in \mathcal{G}$, $k \in \mathbb{Z}$. Један још општији појам је парцијални квазиморфизам. Парцијални квазиморфизам, уместо својства квазиадитивности, задовољава својство парцијалне квазиадитивности: за сваки развдојив отворен скуп U постоји константа $C > 0$ таква да важи

$$|\mu(\phi\psi) - \mu(\phi) - \mu(\psi)| \leq C \min\{\|\phi\|_U, \|\psi\|_U\},$$

где је $\|\cdot\|_U$ Бањагина фрагментациона норма, а уместо хомогености, он је парцијално хомоген, тј. $\mu(\phi^n) = n\mu(\phi)$ за сваки ненегативан цео број $n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$.

У раду *A Note on Partial Quasi-Morphisms and Products in Lagrangian Floer Homology in Cotangent Bundles* изведена је конструкција парцијалних квазиморфизама помоћу спектралних бројева у Лагранжевој Флоровој хомологији са конормалним граничним условима у котангентном раслојењу. У овој ситуацији не постоји производ који би задовољавао неједнакост троугла, који је присутан у случајевима Флорове хомологије за затворене Хамилтонове орбите, или Лагранжеве Флорове хомологије са граничним условима на нултом сечењу у котангентном раслојењу. Споменута неједнакост троугла се користи да би се извела хомогенизација квазиморфизма. У раду *A Note on Partial Quasi-Morphisms and Products in Lagrangian Floer Homology in Cotangent Bundles* овај недостатак неједнакости троугла превазиђен је помоћу спољашњег производа који је компатибилан са ПСС изоморфизмом за Лагранжеву Флорофову хомологију са конормалним граничним условима.

[4] Нека је N компактна подмногострукост са границом ∂N затворене многострукости M. У раду *Spectral numbers and manifolds with boundary* конструисана је сингуларна Лагранжева поодмогострукост $\overline{\nu}^*N \subset T^*M$ придружена подмнногострукости N, као и глатке, тачне Лагранжеве апроксимације Υ скупа $\overline{\nu}^*N$. Затим је конструисана Флорова хомологија придружена N као директни лимес Флорових хомологија парова (O_M, Υ). За погодан избор Морсове функције f_N на N и Хамилтонијана H на T^*M, дефинисан је изоморфизам ПСС типа између споменуте Флорове хомологије за N и Морсове хомологије $HM_*(f_N, N)$ многострукости N. Помоћу овог изоморфизма дефинисане су спектралне инваријанте придружене произвољној ненула хомолошкој класи $[\alpha] \in HF_*(N)$. Показано је да су ове спектралне инваријанте лимеси спектралних инваријанти у Флоровој хомологији за апроксимације. Доказано је и да су спектралне инваријанте непрекидне у односу на Хоферову норму. Помоћу пресликавања типа „панталоне”, дефинисана су два производа која се слажу са спектралним инваријантама, у смислу да је задовољена извесна верзија неједнакости троугла.

[5] Тополошка ентропија је тополошка инваријанта динамичког система која мери експоненцијални раст броја орбита које су кључне да би се читав динамички систем могао предвидети до на унапред дато растојање. Ово је класичан и доста изучаван појам у теорији динамичких система. Код система ниже комплексности, односно система са тополошком ентропијом једнаком нули, природно је посматрати *полиномијалну ентропију*, која је релативно нова и непроучена тополошка инваријанта динамичог система. Полиномијална ентропија је мера полиномијалног раста броја кључних орбита. У раду [1] „*On the polynomial entropy for Morse gradient systems*” израчуната је полиномијална ентропија за Морсове градијентне системе на површима, кривама и многострукостима димензије $2n$ код којих Морсова функција има критичне тачке Морсових индекса 0, n и $2n$. Овај резултат следи из конструкције једног комбинаторног метода за израчунавања полиномијалне ентропије за непрекидна пресликавања која имају коначан нелутајући скуп, која је изведена у раду. Ова метода који користи извесна кодирања је уопштење идеја Озоа и Леруа за израчунавање полиномијалне ентропије код хомеоморфизама са тачно једном фиксном тачком.

[6] Флорову хомологију за отворене подскупове глатке многострукости дефинисали су Кастуриранган и О 2001. године. Ако је $U \subset M$ отворен скуп са глатком границом и M глатка компактна многострукост, тада је конормално раслојење границе, $\nu^*(\partial U)$, дефинисано као

$$\nu^*(\partial U) = \{(q,p) \in T^*M \mid q \in \partial U, p|_{T_q\partial U} = 0\}, \tag{1}$$

Лагранжева подмногострукост котангентног раслојења T^*M. Дефинишимо

$$\nu^*_-(\partial U) := \{(q,p) \in \nu^*(\partial U) \mid p(\mathbf{n}) \leq 0, \text{ за спољању нормалу } \mathbf{n} \text{ на } \partial U\}$$

и

$$\nu^*_-\overline{U} := O_U \cup \nu^*_-(\partial U).$$

Скуп $\nu^*_-\overline{U}$, који зовемо негативно конормално раслојење од $\overline{U}$, јесте сингуларна Лагранжева подмногострукост која допушта глатку апроксимацију тачним Лагранжевим подмногострукостима Υ_ε у T^*M. Флорова хомологија пара $(O_M, \Upsilon_\varepsilon)$ је добро дефинисана, и после дефинисања одговарајућих морфизама за различите апроксимације (сличих канонским морфизмима у Морсовој и Флоровој теорији), дефинишемо Флорову хомологију за отворен подскуп као директан лимес Флорове хомологије за апроксимације.

У раду „*Spectral Invariants in Lagrangian Floer homology of open subset*" конструисане су спектралне инваријанте за случај отвореног скупа и испитивана су њихова својства. За потребе конструкције прво је дефинисан тзв. Пиуникин-Саламон-Шварцов хомоморфизам који се дефинише помоћу објеката комбинованог типа. Како је ПСС дефинисан на директном лимесу, прво је дата конструкција за апроксимације, а затим је доказано да се она слаже са морфизмима који учествују у дефиницији директног лимеса. У Морсовом случају посматра се директни лимес дефинисан помоћу изоморфизама за различит избор Риманове метрике. Такође је доказано да ПСС комутира са одговарајућим канонским изоморфизмима у Морсовој и Флоровој теорији, као и да је ПСС изоморфизам.

Даље, доказана су очекивана својства спектралних инваријанни у овом случају: непрекидност спектралних инваријанти у односу на спектралне иваријанте за апроксимације, непрекидност спектралних инваријанти у односу на Хоферову норму, неједнакост троугла за спектралне инваријанте и извесне неједнакости између спектралних инваријанти у односу на инклузију. Да би се ово постигло, прво су дефинисани одређени производи на Флоровим и Морсовим хомологијама, као и на комбинацији та два, и анализирана и доказана њихова својства.

На крају је доказана неједнакост између спектралних инверијатни за периодичне орбите у котангентом раслојењу (које је дефинисао Шварц 2000. године) и спектралних инваријанти за отворене скупове. Ово је урађено праћењем вредности функционала дејства дуж холоморфних слика посебних Риманових површи које је дефинисао Алберс 2007. године.

[7] Спектралне инваријанте за Флорову хомологију Лагранжевих пресека дефинисао је О 1997. године, а за случај периодичних Хамилтонових орбита Шварц 2000. године. У свом раду из 2007. године, Алберс је посматрао пертурбована псеудо-холоморфна пресликавања из извесних Риманових површи са границом (тзв. димњака) у симплектичку многострукост у циљу дефинисања извесних морфизама између Флорових хомологија за Лагранжев и случај периодичних орбита.

У раду „*Comparison of Spectral Invariants in Lagrangian and Hamiltonian Floer Theory*" искоришћена је конструкција димњака да би се упоредиле спектралне инваријанте ових двеју Флорових хомологија. Тополошки услови на компактну (или конвексну у бесконачности) симплектичку многострукост (P, ω) и Лагранжеву подмногострукост $L \subset M$ су

$$\omega|_{\pi_2(P,L)} = \mu|_{\pi_2(P,L)} = 0, \tag{2}$$

где је μ Масловљев индекс.

Такође, помоћу извесних холоморфних пресликавања са другачијим Римановим површима као доменима, конструисан је производ

$$\circ : HF(H_1) \oplus HF(H_2 : L) \to HF(H_3 : L)$$

и доказана је субативиност спектралних инваријанти у односу на $\circ$.

[8] У раду „*Coherent orientation of mixed moduli spaces in Morse-Floer theory*" доказује се оријентабилност многострукости која се добија као пресек многострукости холоморфних дискова са Лагражевим граничним условима и многострукости градијентних трајекторија Морс–Смејловог динамичког система. Ове многострукости имају више компоненти повезаности које су различитих димензија, при чему су компоненте нижих димензија границе компоненти виших. Успоставља се тзв. кохерентна оријентација свих тих компоненти истовремено, тако да је оријентација нижедимензионих компонената сагласна са њиховом оријентацијом као границе вишедимензионих компонената и са процесом лепљења и распадања трајекторија и дискова. Ова оријентација се дефинише помоћу тривијализације детерминантног раслојења Фредхолмових оператора, дефинисаних линеаризацијом нелинеарног Коши–Римановог оператора и нелинеарног Морс–Смејловог динамичког система. Ови резултати омогућавају дефиницију изоморфизма између Морсове и Флорове хомологије са целобројним коефицијентима (а тиме и са коефицијентима у произвољном комутативном прстену), који комутира са изоморфизмима између Морсових хомологија за различите Морсове функције и Флорових хомологија за различите Хамилтонијане.

[9] Главни резултат рада „*Isomorphism between Morse and Lagrangian Floer co-*

homology ring" је комутативност дијаграма

$$\begin{array}{ccc} HF^{k_1}(H_1)\otimes\ldots\otimes HF^{k_m}(H_m) & \xrightarrow{\mathcal{O}_F} & HF^{k_1+\ldots+k_m}(H_{m+1}) \\ \tau_1\otimes\ldots\otimes\tau_m\uparrow & & \tau_{m+1}\uparrow \\ HM^{k_1}(f_1)\otimes\ldots\otimes HM^{k_m}(f_m) & \xrightarrow{\mathcal{O}_M} & HM^{k_1+\ldots+k_m}(f_{m+1}). \end{array}$$

Овде су $\mathcal{O}_M$ и $\mathcal{O}_F$ кохомолошке операције уведене помоћу градијентних једначина на дрвету чија граница има $m+1$ темена и Коши–Римановних једначина на Римановој површи чија граница има $m+1$ компоненти повезаности, а τ изоморфизми конструисани у раду [1]. Пред тога, показано је и да, ако се помоћу инверзних лимеса Морсових и Флорових хомологија појединачних Морсових функција и Хамилтонијана дефинишу Морсова и Флорова кохомологија многострукости,

$$HM^*(M) := \lim_{\leftarrow} HM^*(f), \quad HF^*(T^*M) := \lim_{\leftarrow} HF^*(H),$$

операције $\mathcal{O}_M$ и $\mathcal{O}_F$ индукују множење и на њима, које је сагласно са изоморфизмима τ. У случају $m=2$, $k=1$ ово множење је стандардни кохомолошки производ.

[10] У раду „*Compactification of mixed moduli spaces in Morse–Floer theory*" изучава се конвергенција у простору решења комбинованог система холоморфних и градијентних трајекторија, дефинисаних уз помоћ задатих Морсових функција $f : M \to \mathbb{R}$ на компактној глаткој многострукости M и неаутономних Хамилтонијана са компактним носачем $H : T^*M \times [0,1] \to \mathbb{R}$ на котангентном раслојењу. Доказана је правилност која омогућава да се описе тополошка граница многострукости ових решења као многострукости „изломљених трајекторија". Прецизније, низ решења система једначина које укључују градијентне и Коши Риманове једначине конвергира локално униформно (заједно са свим изводима) ка решењу истог система. Ова локална, аналитичка, конвергенција може да буде нарушена на глобалном нивоу, на коме градијентне трајекторије и псеудо холоморфни дискови конвергирају у смислу геометријске конвергенције ка изломљеним трајекторијама, тј. k–торкама решења истих једначина, али са различитим асимптотским условима. У раду је описана аналитичка позадина ових феномена и њихова комбинаторна страна. Прецизније, посматрањем димензија простора неизломљених трајекторија, које се изражавају у терминима Масловљевих индекса, долази се до закључка да се вредност Масловљевог индекса у асимптотским крајевима компоненти изломљене трајекторије мења монотоно. Ова правилност омогућава да се уочи правилност у скупу могућих граничних изломљених трајекторија која има примене у Морс–Флоровој теорији.

[11] Главни резултат рада „Piunikhin-Salamon-Schwarz isomorphism for Lagran-

gian intersections" је конструкција изоморфизама

$$\Phi : HF_*(H) \to HM_*(f), \qquad \Psi : HM_*(f) \to HF_*(H) \tag{3}$$

између Морсове хомологије $HM_*(f)$ и Флорове хомологије за Лагранжеве пресеке $HF_*(H)$ са $\mathbb{Z}_2$ коефицијентима, таквих да, за генеричке Морсове функције f^α и f^β и Хамилтонијане H^α и H^β, дијаграм

$$\begin{array}{ccc} HF_*(H^\alpha) & \xrightarrow{S^{\alpha\beta}} & HF_*(H^\beta) \\ \uparrow \Psi^\alpha & & \uparrow (\Phi^\beta)^{-1} \\ HM_*(f^\alpha) & \xrightarrow{T^{\alpha\beta}} & HM_*(f^\beta) \end{array}$$

комутира. Овде су $S^{\alpha\beta}$ и $T^{\alpha\beta}$ канонски изоморфизми Морсових, односно Флорових, хомологија за различите Морсове функције $f : M \to \mathbb{R}$ на компактној глаткој многострукости M, односно неаутономне Хамилтонијане $H : T^*M \times [0,1] \to \mathbb{R}$ са компактним носачем на котангентном раслојењу. Изоморфизми (3) су конструисани помоћу броја решења градијентне једначине за Морсову функцију $f : M \to \mathbb{R}$, тј. система

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\nabla f(\gamma)$$

која пресецају псеудо холоморфне дискове, тј. решења нелинеарног нехомогеног Коши–Римановог система

$$\frac{\partial u}{\partial s} + J\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla H(u).$$

[12] Рад *A brief survey of the spectral number in Floer homology* је прегледног карактера. Описана је конструкција спектралних инваријанти за периодичне и Лагранжеве граничне услове, и објашњена су њихова својства. Такође су изложени и неки резултати и дефинисани појмови за чије се конструкције примењују спектралне инваријанте: граф селектори, спектрална норма и квазиморфизми.

[13] У раду „*Conormal Lagrangian Floer homology for open subset and PSS isomorphism*" описана је конструкција Флорове хомологије за отворен подскуп затворене многострукости базе као у раду [2]. Такође, дата је конструкција ПСС морфизма, као и скица доказа да је ПСС изоморфизам. Због специфичног избора Морсове функције f на U (с обзиром на то да се ради о многострукости са границом), ово није могло да се докаже директно као у досадашњим ситуацијама, већ се користила Поенкареова дуалност, такође дефинисана и анализирана у раду.

[14] Рад „*Hofer's geometry for Lagrangian submanifolds and Hamiltonian diffeomorphisms* је претежно прегледног карактера. У њему је дат приказ дефиниција и резултата везаних за Хоферово растојање за Хамитонове изоморфизме, као и за Лагранжеве пресеке. Такође дата је и кратка анализа улоге квази–аутономних Хамилтонијана у опису геодезијских линија у Хоферовој метрици, као и неке хипотезе из ове проблематике.

[15] Рад „*Gluing and Piunikhin - Salamon - Schwarz isomorphism for Lagrangian Floer homology*" је посвећен конструкцији решења система који комбинује градијентне и нехомогне нелинеарне Коши–Риманове једначине са кодоменом у котангентном раслојењу глатке компактне многострукости уз помоћ приближног решења и верзије Њутновог метода итерације којом се установљава конвергенција низа приближних решења ка стварном решењу. Тачније, показано је да у свакој околини (у геометријском смислу амбијентне многострукости–кодомена) сваког пара решења ових комбинованих система са једним заједничким асимптотским условом и два слободна (овај пар назива се двоструком *izlomljenom trajektorijom*), постоји решење истог система са асимптотским условима одређеним слободним асимптотским условима изломљене трајекторије. Сем тога, дато је уопштење на k–тоструке изломљене трајекторије са 2 слободна и $k-1$ везаних асимптотских услова.

[16] У раду „*Topological invariants of smooth manifolds via Classical Mechanics and Cauchy - Reimann operator*" даје се приказ Морсове и Флорове теорије у контексту индиректног приступа конструкцији тополошких инваријанти глатке многострукости. Овај приступ заснива се на увођењу додатне, неканонске, геометријске или аналитичке структуре, помоћу које се конструише алгебарски објекат. Да би овај објекат био тополошка инваријанта, неопходно је да он не зависи од уведене додатне структуре. У раду је дата интерпретација метода „варијације параметара" из рада [1] у овом контексту.

[17] Тема рада „*On Hofer's geometry of the space of Lagrangian submanifolds*" је геометрија простора Лагранжевих подмногострукости симплектичке многострукости (P,ω) са Финслеровом метриком дефинисаном са

$$d(L_0, L_1) := \inf \int_0^1 (\max_{x\in P} H(x,t) - \max_{x\in P} H(x,t))\, dt,$$

где су $L_0, L_1 \subset P$ компактне Лагранжеве подмногострукости, а инфимум је узет по свим (неаутономним) Хамилтонијанима $H : P \times [0,1] \to \mathbb{R}$ који генеришу Хамилтонове путеве ψ_t^H такве да је $\psi_0 = id$, $\psi_1(L_0) = L_1$. Ова метрика назива се Хоферовом метриком. Рад је прегледног карактера, у њему су описани резултати везани за разне доказе недегенерисаности ове метрике, као и неки описи њених геодезијских линија. Посвећена је пажња и паралели са Хоферовом геометријом на бесконачно димензионој Лијевој групи Хамилтонових дифеоморфизама јер се, уз идентификацију пресликавања са његовим графиком, ова Лијева група може посматрати као подскуп простора Лагранжевих подмногострукости. Указано је на неке сличности и разлике између индуковане Хоферове геометрије групе Хамилтонових дифеоморфизама као подпростора простора Лагранжевих подмногострукости и њене унутрашње Хоферове геометрије. Сем тога, прецизирани су неки резултати из ранијих радова првог аутора и постављени неки отворени проблеми.

[18] Рад *Two views on entropy in dynamical systems* је прегледног карактера. У њему су описане две могуће интерпретације тополошке и полиномијалне ентропије, једна је мера растезања (веза између Липшицове константе и ентропије, и ентропија као асимтотска мера раста запремина), а друга је комбинаторног типа (број могућих кодирања скупа свих орбита дате дужине).

[19] У раду *Метод првих интеграла у решавању парцијалних једначина* дат је доказ методе првих интеграла, изведен из Теореме о рангу.

[20] Идеја која се износи у раду „*Substitution in differential equations as a geometry of their symmetries*" је следећа. Претпоставимо да је диференцијална једначина

$$\frac{dx}{dt} = F(t,x), \quad x(t_0) = x_0 \tag{4}$$

инваријантна у односу на неко дејство једнопараметарске групе $(G,\star)$ и да постоји дифеоморфизам који орбите овог дејства преводи у вертикалне праве. Тада тај дифеоморфизам даје смену променљиве која једначину (4) преводи у једноставну једначину

$$\frac{dx}{dt} = f(t), \quad x(t_0) = x_0$$

која се решава обичним интеграљењем. Специјално, ако је $(G,\star)$ једнопараметарска Лијева група, а њено дејство глатко дејство, онда се налажење смене променљивих своди на решавање извесног система парцијалних диференцијалних једначина. У раду је изложена геометријска позадина неких стандардних смена, и показано је како се помоћу ове идеје снижава ред диференцијалне једначине или димензије система диференцијалних једначина.

Магистарски рад.

Магистарски рад „Холоморфни дискови, градијентне трајекторије и комутативност дијаграма у Морс – Флоровој хомологији" састоји се од три дела. У првом, уводном, уводе се основни појмови и дефиниције Морсове и Флорове хомологије, даје кратак приказ класичног (Флоровог) приступа и формулише основни проблем који ће бити разматран и решен у тези. У другом делу излажу се основне аналитичке технике неопходне за изучавање простора решења система обичних и парцијалних диференцијалних једначина који се разматрају у тези, које су познате експертима у Морс–Флоровој теорији, али аутор даје њихов концизан и јасан приказ који из обиља литературе издваја и детаљније објашњава оне чињенице које ће бити коришћене у трећој глави. То су: Громовљева компактност за псеудо холоморфне дискове и феномен појаве „холоморфних мехурова" у лимесу низа холоморфних пресликавања, конвергенција решења градијентних и система и псеудо холоморфних дискова, феномен „распадања трајекторија" и технике „лепљења". Трећи део садржи оригиналне резултате аутора тезе. У њему аутор врши детаљну анализу простора решења система

$$(5)\qquad \begin{cases} \frac{d\gamma}{dt} = -\nabla f(\gamma(t)), \\ \frac{\partial u}{\partial s} + J\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla(\rho_R H)(u) \\ u(s,0), u(s,1) \in O_M, \\ \gamma(-\infty) = p, \\ u(+\infty, t) = x(t), \\ \gamma(0) = u(0, \frac{1}{2}) \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{d\gamma}{dt} = -\nabla f(\gamma(t)), \\ \frac{\partial u}{\partial s} + J\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla(\chi_R H)(u) \\ u(s,0), u(s,1) \subset O_M, \\ \gamma(+\infty) = p, \\ u(-\infty, t) = x(t), \\ \gamma(0) = u(0, \frac{1}{2}) \end{cases}$$

где су $\rho_R, \chi_R : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ погодно изабране глатке функције са компактним носачем. Ови системи истовремено укључују нелинеарне елиптичке парцијалне једначина Коши – Римановог типа и обичне диференцијалне једначина. Аутор доказује се да су они, за генерички избор Морсове функције и Хамилтонијана (за који се обезбеђује одговарајућа трансверзалност неопходна за примену бесконачно димензионе Теореме о Имплицитној функцији), глатке многострукости. Ове многострукости имају компоненте различитих димензија. Комбинацијом Громовљеве компактности, Соболевљевих неједнакости, Арцела – Асколијеве теореме и Флорове теореме о „распадању градијентних трајекторија", аутор доказује да су њихове су 0 – димензионе компоненте компактне (дакле коначне). Последња чињеница омогућава да се дефинишу изоморфизми о којима је било речи у приказу рада [1], у коме су објављени делови ове тезе. Аутор затим изучава параметризовану верзију система (5), у којој се, уместо Морсове функције и Хамилтонијана, појављују глатке фамилије ових објеката. Простори решења оваквих система су кобордизми између простора решења у непараметризованом случају. Као последица ове анализе изводи се доказ комутативности дијаграма о коме је било речи у приказу рада [1].

Докторска дисертација

У докторској тези „Модулски простори комбинованог типа у Морс–Флоровој теорији" изучавају се простори решења система нелинеарних нехомогених Коши–Риманових и градијентних диференцијалних једначина са више асимптотских крајева и кодоменом у котангентном раслојењу компактне глатке многострукости, који су од значаја у Морс–Флоровој теорији.

Прецизније, нека је Σ отворен подскуп комплексне равни са $m+k$ цилиндричних крајева Σ_j, тј. таквих подскупова који су за фиксирано $R>0$ слике инјективних холоморфних пресликавања

$$\begin{aligned}\phi_i &: (-\infty, R] \times [0,1] \to \Sigma,\ i = 1,\ldots,m;\\ \phi_j &: [R, +\infty) \times [0,1] \to \Sigma,\ j = m+1,\ldots,m+k\end{aligned}$$

и нека је $\Sigma_0 := \Sigma \setminus \cup_{j=1}^{m+k} \Sigma_j$ хомеоморфно диску. Нека је M компактна глатка многострукост, T^*M њено котангентно раслојење и 0_M његово нулто сечење. Нека су $f_j : M \to \mathbb{R}$ за $j = 1,\ldots,m+k$ дате Морсове функције, $H_j : T^*M \to \mathbb{R}$ глатке функције са компактним носачем и X_{H_j} Хамилтонова векторска поља придружена Хамилтонијанима H_j. Нека је, за свако j, p_j критична тачка функције f_j. Изаберимо Риманову метрику g на M и скоро комплексну структуру J на T^*M. Основни простор који се анализира у овом раду је скуп свих $(\gamma_1, \gamma_2, \cdots, \gamma_{m+k}, u)$, где су

$$\begin{aligned}\gamma_i &: (-\infty, 0] \to M,\ i = 1,\ldots,m,\\ \gamma_j &: [0, +\infty) \to M,\ j = m+1,\ldots,m+k\end{aligned}$$

и $u : \Sigma \to T^*M$ пресликавања таква да су $u_j := u \circ \phi_j$ и γ_j решења система

$$\begin{cases} \frac{d\gamma_j}{dt} = \nabla f_j(\gamma_j) \\ \frac{\partial u_j}{\partial s} + J\frac{\partial u_j}{\partial t} = JX_\rho(u),\ j = 1,\ldots,m \\ \frac{\partial u_j}{\partial s} + J\frac{\partial u_j}{\partial t} = JX_{\tilde\rho}(u),\ j = m+1,\ldots,k \\ \left[\frac{\partial u}{\partial s} + J\frac{\partial u_j}{\partial t}\right]_{\Sigma_0} = 0 \\ u(\partial\Sigma) \subset 0_M \\ \gamma_j(-\infty) = p_j,\ j = 1,\ldots m,\ \gamma_j(+\infty) = p_j,\ j = m+1,\ldots m+k \\ \gamma_j(0) = u_j(-\infty, t),\ j = 1,\ldots,m,\ \gamma_j(0) = u_j(+\infty, t),\ j = m+1,\ldots,m+k \end{cases}$$

(где је ρ помоћна глатка функција која је једнака 1 на интервалу $[-R,-2]$ а 0 ван интервала $(-R-1,-1)$ и $\tilde\rho(s) = \rho(-s)$). Овај систем назван је *kombinovanim sistemom*. Његов скуп решења означен је са $\mathcal{M}_R(\vec{p}, \vec{f}, g; \vec{H}, J)$. Главни проблеми којима се бави ова теза су: изучавање компактности овог скупа или начина на који се она нарушава, глаткост самог скупа решења, тј. доказ да је $\mathcal{M}_R(\vec{p}, \vec{f}, g; \vec{H}, J)$ унија глатких многострукости различитих димензија, опис граница некомпактних компоненти и увођење кохерентне оријентације компоненти нижих димензија. Значај ове проблематике лежи у њеним применама у Морс–Флоровој теорији, чиме се такође бави ова теза. На пример, постојање кохерентне оријентације омогућава да се конструкције из рада [1] и магистарског рада кандидата уопште на (ко)хомологије са произвољним коефицијентима.

4 Саопштења на конференцијама

1. М. Ђорић, Ј. Катић, Б. Ласковић, *On polynomial entropy of induced maps on symmetric products*, Тринаести симпозијум *Математика и примене*, 1–2. децембар 2023.

2. М. Ђорић, Ј. Катић, *Полиномијална ентропија пресликавања индукованих хомеоморфизмима круга и интервала*, Дванаести симпозијум *Математика и примене*, 2–3. децембар 2022.

3. Ј. Катић, Д. Милинковић, Ј. Николић, *Парцијални квазиморфизми на групи Хамилтонових дифеоморфизама котангентног раслојења* Workshop on symplectic topology, 16–20. август 2021.

4. Ј. Катић, Д. Милинковић, Ј. Николић, *An obstruction and a construction in an ambient of the cotangent bundle*, Десети симпозијум *Математика и примене*, 6–7. децембар 2019.

5. Ј. Катић, Д. Милинковић, Ј. Николић, *A brief survey of the spectral number in Floer homology*, Symposium on Analytic Mechanics and Differential Geometry, МИ САНУ, Београд, 8. мај 2019.

6. Ј. Катић, Д. Милинковић, Ј. Николић, *Спектралне инваријанте у Лагранжевој Флоровој хомологији за конормалне скупове* Workshop on symplectic topology, 20–24. август 2018.

7. *Polynomial entropy and Morse gradient systems*, 2nd Annual Meeting of Seminar Topology of Configuration МИ САНУ, 24–27. децембар 2018. (излагач)

8. Ј. Катић. Д. Милинковић, Ј. Николић, *Spectral invariants in Floer theory*, Годишњи сусрет семинара за конфигурационе просторе МИ САНУ, 25–27. децембар 2017. (излагач)

9. Ј. Катић. Д. Милинковић, Ј. Николић, *Conormal Lagrangian Floer homology for open subset and PSS isomorphism* Седми симпозијум *Математика и примене*, 4–5. новембар 2016. (излагач)

10. Ј. Ђуретић, Ј. Катић. Д. Милинковић, *Action spectrum and symplectic invariants in Floer theories*, Пети симпозијум *Математика и примене*, 17–18. октобар 2014.

11. Ј. Катић, Ј. Ђуретић, Д. Милинковић, *Hofer's geometry for Lagrangian submanifolds and Hamiltonian diffeomorphisms*, Четврта математичка конференција Републике Српске, Требиње, 6–7. јуна 2014. (излагач)

12. Ј. Катић. Д. Милинковић, *Topological Invariants of Smooth Manifolds via Hamiltonian Mechanics and Cauchy-Reimann Operator*, 4th Summer School in Mathematical Physics, Београд, 2006.

13. Д. Милинковић, Ј. Катић, *On Hofer's geometry of the space of Lagrangian submanifolds*, Contemporary Geometry and Related Topics, Matematički fakultet, Beograd, 2005.

14. *Commutative diagrams in Morse-Floer homology*, **XI** Конгрес математичара Србије и Црне Горе, Петровац, октобар 2004.

5 Учешће у организовању конференција

- "Workshop on symplectic geometry" Математички факултет у Београду, 21–25. август 2023. (организациони одбор)
- "Workshop on symplectic geometry" Математички факултет у Београду, 22–24. август 2022. (организациони одбор)
- "Workshop on symplectic geometry" Математички факултет у Београду, 16–20. август 2021. (организациони одбор)
- Десети симпозијум „Математика и примене", Математички факултет у Београду, 6–7. децембар 2019. (програмски одбор)
- "Workshop on symplectic geometry" Математички факултет у Београду, 19–23. август 2019. (организациони одбор)
- "Workshop on symplectic geometry" Математички факултет у Београду, 20–24. август 2018. (организациони одбор)
- Конференција „Михајло Петровић Алас ЖИВОТ – ДЕЛО –ВРЕМЕ, САНУ" 2–3. oктобар 2018. (организациони одбор)
- Девети симпозијум „Математика и примене", Математички факултет у Београду, 30. новембар–1. децембар 2018. (програмски одбор)

6 Педагошки рад кандидата

Од школске 2000/2001. године, Јелена Катић је радила као асистент приправник, а од 2004. године као асистент, на Математичком факултету у Београду. У том периоду је држала вежбе из предмета

1. Аналитичка геометрија
2. Математика 1 (за студенте физичке хемије)
3. Математика и статистика (за студенте биологије)
4. Диференцијалне и интегралне једначине
5. Парцијалне диференцијалне једначине
6. Анализа 1
7. Анализа 2
8. Реална и комплексна анализа
9. Математички методи механике (на мастер студијама).

Као доцент и ванредни професор, др Јелена Катић је држала предавања из следећих предмета

1. Анализа 2
2. Математика 1 и 2 за студенте физике
3. Анализа 1, 2, 3 и 4 за студенте информатике
4. Увод у теорију динамичких система
5. Одабрана поглавља анализе
6. Анализа 1а
7. Анализа 1б
8. Анализа 2б
9. Диференцијалне једначине а
10. Диференцијалне једначине б
11. Диференцијалне једначине
12. Математички методи механике (на мастер студијама)
13. Увод у теорију Морса (на мастер студијама)
14. Математички методи механике (на мастер студијама)
15. Динамички системи (на докторским студијама)

16. Теорија Морса (на докторским студијама).

Била је и ментор за две докторске и четири мастер тезе:

- Милош Зимоњић: *Хартман-Гробманова теорема и примене*, мастер рад (2022)
- Милан Перић: *Полиномијална ентропија за Морсове градијентне системе и логистичко пресликавање*, докторска дисертација (2021)
- Ђорђе Николић: *Спољашњи диференцијални системи*, мастер рад (2019)
- Јована Николић: *Алгебарска својства спектралних инваријанти у Флоровој хомологији*, докторска дисертација (2017)
- Данијела Бранковић: *Диференцијални рачун на тангентним и котангентним раслојењима*, мастер рад (2016)
- Милан Перић: *Симплектоморфизми и флукс-хипотеза*, мастер рад (2012)

Њен однос према настави, студентима и колегама одликује савесност, марљивост и посвећеност. Њен педагошки рад је високо оцењен и од стране студената. На студентским анкетама током претходног изборног периода (2018–2023) имала је средњу оцену 4,72 на скали 1–5.

7 Публикације

- Уџбеник *Анализа 3 за студенте информатике* (заједно са Машом Ђорић) који покрива следеће области: функције више променљивих, диференцијални рачун функција више променљивих, двоструки и троструки интеграли, криволинијски и површински интеграли, диференцијалне једначине првог реда, линеарне диференцијалне једначине вишег реда.
- Скрипта *Диференцијалне једначине* која покрива следеће области: неки типови диференцијалних једначина који се непосредно решавају, теореме о егзистенцији, јединствености и продужењу решења, теореме о непрекидној и диференцијабилној зависности решења од почетних услова, Теорема о исправљивости векторских поља, Теорема о једнопараметарској фамилији, класификација фазног тока код линеарних аутономних система, стабилност еквилибријума - метод сопствених вредости и Теорема Љапунова, гранични проблеми за линеарну једначину другог реда и парцијалне једначине првог реда.

8 Закључно мишљење и предлог комисије

Др Јелена Катић је добар математичар, и као истраживач и као педагог. Аутор је осамнаест научних и два стручна рада. Од тога их је једанаест публиковано у часописима са **SCI** листе, од којих су четири од претходног избора у звање ванредног професора. Њени радови су више пута цитирани и излагани на научим скуповима. Учествовала је као истраживач на више научних пројеката, од којих је последњи пројекат Министарства за науку 174034. Као наставника на Математичком факултету, одликују је савесност и добар педагошки рад, који је високо оцењен и на студентским анкетама. Аутор је једног уџбеника и једне скрипте. Била је и ментор две докторске дисертације и четири мастер рада, и учествовала је у комисијама за преглед, оцену и одбрану осамнаест мастер радова. Учествовала је у организацији осам научих скупова. У периоду Од 2016. до 2022. године обављала је дужност шефа Катедре за диференцијалне једначине.

На основу изложеног Комисија је закључила да др Јелена Катић испуњава све услове за избор у звање редовног професора на Математичком факултету. Са задовољством предлажемо да се др Јелена Катић изабере у звање редовног професора за научну област Диференцијалне једначине.

У Београду,
26. IV 2024.

Комисија

Дарко Милинковић

др Дарко Милинковић, редовни професор
Математичког факултета у Београду

др Драгољуб Кечкић, редовни професор
Математичког факултета у Београду

Божидар Јовановић

др Божидар Јовановић, научни саветник
Математичког института САНУ