Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

На 360. тој седници Наставно-научног већа Математичког факултета, одржаној 22. марта 2019. године, одређени смо за чланове комисије за преглед и оцену докторске дисертације ,,Неједнакости Коши-Шварца и Грис-Ландауа за елементарне операторе и трансформере типа унутрашњег производа на Q и Q* идеалима компактних оператора” кандидата Милана Лазаревића. После прегледа рукописа који је кандидат предао комисији, подносимо Наставно-научном већу Математичког факултета следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Биографија кандидата

Милан Лазаревић рођен је 6.9.1991. године у Чачку, где је завршио основну школу ,,Милица Павловић” и Гимназију као носилац Вукове дипломе. Математички факултет у Београду, смер Теоријска математика и примене, уписао је 2010. године и дипломирао 2014. године, са просечном оценом 9,50. Исте године уписао је Мастер студије на Математичком факултету у Београду, студијски програм Математика, модул Теоријска математика и примене и положио све испите са просечном оценом 10. Мастер рад под насловом ,,Сингуларне вредности оператора и теорија мажорације, са применом на операторне неједнакости” одбранио је 2015. године под менторством др Данка Р. Јоцића. Докторске студије на Математичком факултету у Београду, студијског програма Математика, уписао је 2015. године и положио је све испите предвиђене планом и програмом студија са просечном оценом 10. Од 2015. до 2016. године радио је као сарадник у настави, а од 2016. године до данас ради као асистент за научну област Математичка анализа на Математичком факултету Универзитета у Београду. На Математичком факултету у Београду држао је вежбе на предметима Анализа 2, Анализа 3а, Анализа 3б, Анализа 1 и Теорија мере и интеграције, као и вежбе из Математике 1, 2, 3, 3Ц и 4 на Физичком факултету у Београду.

2. Научни и стручни рад

2.1. Објављени радови:

[1] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, P. Melentijević, S. Milošević, *Refinements of operator Landau and Grüss inequalities for elementary operators on ideals associated to p-modified unitarily invariant norms*, Complex Anal. Oper. Theory **12** (2018), 195-205.

ISSN: 1661-8254 (Print), 1661-8262 (Electronic), IF 2017: 0,799 **M22** доступно на адреси: `https://doi.org/10.1007/s11785-016-0622-8`

[2] D. R. Jocić, M. Lazarević, S. Milošević, *Norm inequalities for a class of elementary operators generated by analytic functions with non-negative Taylor coefficients in ideals of compact operators related to p-modified unitarily invariant norms*, Linear Algebra Appl. **540** (2018), 60-83.

ISSN: 0024-3759, IF 2017: 0,972 **M21**

доступно на адреси: `https://doi.org/10.1016/j.laa.2017.11.015`

[3] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *A note on the paper "Norm inequalities in operator ideals" [J. Funct. Anal. 255 (11) (2008), 3208-3228] by G. Larotonda*, J. Funct. Anal. **277** (2019), 641-642.

ISSN: 0022-1236, IF 2018: 1,637 **M21a**

доступно на адреси: `https://doi.org/10.1016/j.jfa.2018.08.013`

[4] M. Lazarević, *Grüss-Landau inequalities for elementary operators and inner product type transformers in Q and Q^* norm ideals of compact operators*, Filomat **33** (2019), 2447-2455.

ISSN: 0354-5180 (Print), 2406-0933 (Online), IF 2018: 0,789 **M22**

[5] D. R. Jocić, M. Lazarević, S. Milošević, *Norm inequalities for a class of elementary operators generated by analytic functions with non-negative Taylor coefficients in ideals of compact operators related to p-modified unitarily invariant norms*, Linear Algebra Appl. **586** (2020), 43-63.

ISSN: 0024-3759, IF 2017: 0,972 **M21**

доступно на адреси: `https://doi.org/10.1016/j.laa.2019.10.009`

[6] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *Cauchy–Schwarz inequalities for inner product type transformers in Q^* norm ideals of compact operators,* прихваћен и електронски објављен у часопису Positivity, 24 стране.

ISSN: 1385-1292 (Print) 1572-9281 (Online), IF 2017: 0,920 **M21**; IF 2018: 0,833 **M22**

доступно на: `https://doi.org/10.1007/s11117-019-00710-3`

2.2. Учешћа на научним и стручним скуповима

[7] Danko R. Jocić, Đorđe Krtinić, Milan Lazarević, Petar Melentijević, Stefan Milošević, *Inequalities related to Landau-Grüss inequalities for inner product type integral transformers and for elementary operators acting on ideals of compact operators*, VIII симпозијум „Математика и примене", 2017.

[8] Danko R. Jocić, Milan Lazarević, Stefan Milošević, *Norm inequalities for a class of elementary operators*, XIV Serbian Mathematical Congress, 2018.

[9] Danko R. Jocić, Milan Lazarević, Stefan Milošević, *Inequalities for generalized derivations of operator monotone functions in norm ideals of compact operators*, X симпозијум ,,Математика и примене", 2019.

Учешће на пројектима: Пројекат 174017 министарства науке, просвете и технолошког развоја републике Србије (2018 - данас).

3. Предмет докторске дисертације

Полазећи од постојећих Коши-Шварцових неједнакости за елементарне операторе и трансформере типа унутрашњег производа, омогућених додатним својствима генерушићих фамилија оператора и степена p модификације унитарно инваријантних норми, прво су разматратране њихове побољшане, унапређене и адаптиране верзије објављене у [6], ради добијања нових релација међу одређеним класама елементарних оператора и трансформера типа унутрашњег производа, пре свега кроз операторне и неједнакости за њихове унитарно инваријантне норме.

Међу применама горе наведених неједнакости најупечатљивије су деривационе неједнакости за оператор монотоне функције и поткласу функција из диск алгебре $\mathbf{A}(\mathbb{D})$ објављених у раду [5], Коши-Шварцове норма неједнакости за Фуријеове трансформере и деривационе неједнакости за оператор вредносне Фуријеове трансформације дисипативних оператора у раду [6].

Још једна примена истих неједнакости на класу $\boldsymbol{\sigma}$-елементарних трансформере генерисаних аналитичким функцијама са позитивним коефицијентима на Q и Q* идеалима компактних оператора приказана је у раду [2]. Додатно користећи идентитете Коркиновог типа добијене су операторне и норма неједнакости типа Грис-Ландауа за Q и Q* идеале компактних оператора објављене у раду [4]. Добијене Коши-Шварцове неједнакости су примењене и на коначне фамилије ограничених оператора на Хилбертовом простору $\mathscr{H}$, међусобно повезаних идентитетима за њихове квадрате модула (уопштеним Питагориним својством), што је приказано у раду [1].

4. Садржај дисертације

Докторска дисертација ,,Неједнакости Коши-Шварца и Грис-Ландауа за елементарне операторе и трансформере типа унутрашњег производа на Q и Q* идеалима компактних оператора" написана је на viii+88+ii стране. Структура рукописа је следећа:

Насловне стране, подаци о члановима комисије, резиме, садржај

Предговор

1. Увод

1.1. Компактни оператори и њихове сингуларне вредности

5. Приказ садржаја дисертације

Дисертација се састоји од предговора и претходно наведених пет поглавља. Прво поглавље је увод, где је представљен проширени контекст у коме се разматра научна проблематика везана за предмет ове дисертације. Остала четири поглавља представљају уже тематске целине, у којима су представљени резултати аутора дисертације, заједно са неопходном теоријском позадином и најважнијим резултатима других математичара, повезаних са и релевантних за истраживачку тематику разматрану и развијану у овој дисертацији.

У уводном поглављу уведене су дефиниције, ознаке (као и одређене конвенције) и наведена основна својства компактних оператора и њихових сингуларних вредности, симетрично нормирајућих функција и њима придружених идеала компактних оператора, Ки Фанових и p-модификованих унитарно инваријантних норми, слабих* интеграла и трансформера типа унутрашњег производа, као и оператор монотоних функција као важне поткласе Пикових функција. Такође је дат и преглед претходно познатих Коши-Шварцових норма неједнакости за трансформере типа унутрашњег производа.

У глави 2 приказани су резултати из рада [2]. Прво су доказане Коши-Шварцове норма неједнакости за σ-елементарне трансформере (трансформере са пребројиво много сабирака) који делују на $\mathcal{B}(\mathscr{H})$, где је $\mathscr{H}$ Хилбертов простор, при чему алгебарски облик варијанти ових неједнакости зависи од природе разматраних норми. У случају $\|\cdot\|_{\Phi^{(p)*}}$ норми $(p \geqslant 2)$, тј. норми дуалних p-модификацијама $\|\cdot\|_{\Phi^{(p)}}$ унитарно инваријантних норми $\|\cdot\|_{\Phi}$, где је Φ симетрично нормирајућа функција, онда је за све $X \in \mathcal{C}_{\Phi^{(p)*}}(\mathscr{H})$

$$(1) \qquad \left\| \sum_{n=1}^{\infty} A_n X B_n \right\|_{\Phi^{(p)*}} \leqslant \left\| \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n^* A_n \right)^{1/2} X \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n B_n^* \right)^{1/2} \right\|_{\Phi^{(p)*}},$$

уколико је $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\|A_n h\|^2 + \|B_n^* h\|^2 \right) < +\infty$ за свако $h \in \mathscr{H}$, а $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{B_n\}_{n=1}^{\infty}$ су фамилије ограничених оператора, такве да се бар једна од њих састоји од међусобно комутирајућих нормалних оператора. Након тога дат је низ примена добијених неједнакости, где је између осталог показано је да за аналитичку функцију f са ненегативним Тејлоровим коефицијентима важи

$$\left\| f\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n \otimes B_n \right) X \right\|_{\Phi^{(p)*}} \leqslant \left\| \sqrt{f\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n^* \otimes A_n \right)(I)}\, X \sqrt{f\left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n \otimes B_n^* \right)(I)} \right\|_{\Phi^{(p)*}}.$$

ако су изрази $\left\| \sum_{n=1}^{\infty} A_n^* A_n \right\|$ и $\left\| \sum_{n=1}^{\infty} B_n B_n^* \right\|$ мањи од радијуса конвергенције развоја у ред у околини 0 функције f, укључујући и илустративне примере конкретних функција овог типа.

У глави 3 приказани су резултати из рада [6], почевши од леме 3.1 у којој се разматрају операторне и Коши-Шварцове неједнакости за униформну, Хилберт-Шмидтову и нуклеарну норму σ-елементарних трансформера, као и питања конвергенције тих трансформера у придруженим идеалима компактних оператора. Наредна лема 3.2 представља уопштење Парсевалове једнакости за јако квадратно интеграбилне фамилије оператора и обезбеђује ефикасан метод дискретизације којим се постојеће

Коши-Шварцових норма неједнакости за елементарне трансформере уопштавају на трансформере типа унутрашњег производа. Примери те примене обухватају између осталог и неједнакост

$$\left\|\int_\Omega A_t X B_t \, d\mu(t)\right\|_{\Phi^{(p)^*}} \leqslant \left\|\left(\int_\Omega A_t^* A_t \, d\mu(t)\right)^{1/2} X \left(\int_\Omega B_t B_t^* \, d\mu(t)\right)^{1/2}\right\|_{\Phi^{(p)^*}} \tag{2}$$

у теореми 3.5, која представља недискретно уопштење неједнакости (1), као и теорему 3.7 којом се проширује теорема 4.1 из J. Funct. Anal. **218** (2005), 318-346 и допуњује теорема 3.5 из Filomat **31:2** (2017), 197-206. Примери примене неједнакости (2) обухватују Коши-Шварцове норма неједнакости за транформер вредносне Фуријеове трансформације приказане у теореми 3.10, као и деривациону норма неједнакост

$$\begin{aligned}&\left\|\sqrt{iA^*-iA}\left(\hat{\mu}(A)X - X\hat{\mu}(B)\right)\sqrt{iB^*-iB}\right\|_{\Phi^{(p)^*}} \\ &\qquad\leqslant \left\|\sqrt{I-\left|\hat{\mu}(A)\right|^2}(AX-XB)\sqrt{I-\left|\hat{\mu}(B)^*\right|^2}\right\|_{\Phi^{(p)^*}}\end{aligned}$$

за оператор вредносне Фуријеове трансформације класе комплексних мера, евалуираних на дисипативним операторима A и B, од којих је бар један нормалан.

У глави 4 разматрају се резултати из радова [1] и [4], почевши од леме 4.1 из [1] и операторног идентитета

$$\begin{aligned}&\left|\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1}A_n^*XB_n - \left(\sum_{n=1}^N A_n^*\right)X\left(\sum_{n=1}^N B_n\right)\right|^2 \\ &+\sum_{1\leqslant m<n\leqslant N}\alpha_m\alpha_n\left|(\alpha_m^{-1}A_m-\alpha_n^{-1}A_n)\left(cI+\left(c^2I-\sum_{n=1}^N\alpha_n^{-1}A_n^*A_n+\left|\sum_{n=1}^N A_n\right|^2\right)^{\frac12}\right)^{-1}\right. \\ &\times\left.\left(\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1}A_n^*XB_n - \left(\sum_{n=1}^N A_n^*\right)X\left(\sum_{n=1}^N B_n\right)\right) - cX(\alpha_m^{-1}B_m-\alpha_n^{-1}B_n)\right|^2 \\ &= c^2\left(\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1}B_n^*X^*XB_n - \left|X\sum_{n=1}^N B_n\right|^2\right),\end{aligned}\tag{3}$$

где је $c \geqslant \left\|\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1}A_n^*A_n - \left|\sum_{n=1}^N A_n\right|^2\right\|^{\frac12}$, $\alpha_n \in (0,1]$ такви да је $\sum_{n=1}^N \alpha_n = 1$, а A_n и B_n (за $1 \leqslant n \leqslant N$) и X су ограничени оператори. На основу идентитета (3) изведене су операторна Грис-Ландауова неједнакост за елементарне трансформере (операторе) у последици 4.2, одакле се у теореми 4.5 за $p>0$ непосредно добија неједнакост

$$\begin{aligned}&\left\|\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1}A_n^*XB_n - \left(\sum_{n=1}^N A_n^*\right)X\left(\sum_{n=1}^N B_n\right)\right\|_{\Phi^{(p)}}^p \\ &\qquad\leqslant \left\|\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1}A_n^*A_n - \left|\sum_{n=1}^N A_n\right|^2\right\|^{\frac p2}\left\|\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1}B_n^*X^*XB_n - \left|X\sum_{n=1}^N B_n\right|^2\right\|_{\Phi^{(\frac p2)}}^{\frac p2}.\end{aligned}\tag{4}$$

Специјално, за Шатенове норме $\|\cdot\|_p$ при $p\geqslant 2$, добијена неједнакост (4) се додатно упрошћава на начин приказан у неједнакостима (4.22)-(4.24) теореме 4.5, што између осталог омогућава утврђивање под којим условима се достиже једнакост у добијеним неједнакостима. Помоћу идентитета (3) изведена је и уопштена Грис-Ландауова норма неједнакост за оператор монотоне функције у теореми 4.4.

У овој глави приказана је и операторна верзија Грис-Ландауове неједнакости за трансформере типа унутрашњег производа и $0 \leqslant \eta \leqslant 1$

$$\left|\int_\Omega A_t X B_t \, d\mu(t) - \int_\Omega A_t \, d\mu(t) X \int_\Omega B_t \, d\mu(t)\right|^{2\eta} \leqslant$$
$$\left\|\int_\Omega A_t A_t^* \, d\mu(t) - \left|\int_\Omega A_t^* \, d\mu(t)\right|^2\right\|^\eta \left(\int_\Omega B_t^* X^* X B_t \, d\mu(t) - \left|X \int_\Omega B_t \, d\mu(t)\right|^2\right)^\eta$$

у теореми 4.10 из рада [4], помоћу које су изведене и одговарајуће норма неједнакости за Хилберт-Шмидтове норме и друге p-модификоване норме у последици 4.13, теоремама 4.15, 4.16 и 4.19. Под условима теореме 4.10 и за ограничене фамилије $\{A_t\}_{t\in\Omega}$ и $\{B_t\}_{t\in\Omega}$ самоадјунгованих оператора које задовољавају услов $\varphi \leqslant A_t \leqslant \Phi$ за неке самоадјунговане операторе $\varphi, \Phi \in \mathcal{B}(\mathscr{H})$ који комутирају са A_t за свако $t \in \Omega$ и за које важи $\varphi\Phi = \Phi\varphi$, као и $\gamma \leqslant B_t \leqslant \Gamma$ за неке самоадјунговане $\gamma, \Gamma \in \mathcal{B}(\mathscr{H})$ који комутирају са B_t за свако $t \in \Omega$ и за које је $\gamma\Gamma = \Gamma\gamma$ додатно је показано у теореми 4.11 да је

$$\begin{aligned}
&\left|\int_\Omega A_t B_t \, d\mu(t) - \int_\Omega A_t \, d\mu(t) \int_\Omega B_t \, d\mu(t)\right|^{2\eta} \\
&\leqslant \left\|\left(\Phi - \int_\Omega A_t \, d\mu(t)\right)\left(\int_\Omega A_t \, d\mu(t) - \varphi\right)\right\|^\eta \left(\Gamma - \int_\Omega B_t \, d\mu(t)\right)^\eta \left(\int_\Omega B_t \, d\mu(t) - \gamma\right)^\eta \\
&\leqslant \frac{1}{4^{2\eta}} \|\Phi - \varphi\|^{2\eta} (\Gamma - \gamma)^{2\eta}.
\end{aligned}$$

У глави 5 разматрани су резултати из рада [5], у коме су приказане норма неједнакости за уопштене функцијске деривације:

- поткласе функција из диск алгебре $\mathbf{A}(\mathbb{D})$, евалуираних у различитим класама (не обавезно нормалних) контрактивних оператора;
- оператор монотоних функција за хипонормалне, кохипонормалне, акретивне операторе и операторе које имају строго контрактиван реалан део.

Тако се у првом случају разматрају $A, B \in \mathcal{B}(\mathscr{H})$ који су контракције, $p \geqslant 2, \Phi$ с.н. функција, $\sum_{n=0}^\infty c_n$ апсолутно конвергентан ред комплексних бројева за који је $\sum_{n=0}^\infty |c_n| \leqslant 1$ и функција $f \in \mathbf{A}(\mathbb{D})$ за коју је $f(z) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=0}^\infty c_n z^n$ за $|z| \leqslant 1$. Уколико је додатно $AX - XB \in \mathcal{C}_\Phi(\mathscr{H})$ за неко $X \in \mathcal{B}(\mathscr{H})$ и нормалне A и B, тада и оператор $\sqrt{I - A^*A}\ \big(f(A)X - Xf(B)\big)\sqrt{I - BB^*} \in \mathcal{C}_\Phi(\mathscr{H})$, при чему је

$$\begin{aligned}
(5)\quad &\left\|\sqrt{I - A^*A}\big(f(A)X - Xf(B)\big)\sqrt{I - BB^*}\right\|_\Phi \\
&\qquad\leqslant \left\|\sqrt{I - f(A)^*f(A)}\,(AX - XB)\sqrt{I - f(B)f(B)^*}\right\|_\Phi,
\end{aligned}$$

што је показано у делу (a1) теореме 5.1. Алтернативно, уколико је додатно $AX - XB \in \mathcal{C}_{\Phi^{(p)*}}(\mathscr{H})$ и (бар) један од оператора A или B је нормалан, тада $\sqrt{I - A^*A}\,\big(f(A)X - Xf(B)\big)\sqrt{I - BB^*} \in \mathcal{C}_{\Phi^{(p)*}}(\mathscr{H})$ и (5) важи за $\Phi^{(p)^*}$ уместо за Φ. Уколико пак $AX - XB \in \mathcal{C}_1(\mathscr{H})$, тада $\sqrt{I - A^*A}\big(f(A)X - Xf(B)\big)\sqrt{I - BB^*} \in \mathcal{C}_1(\mathscr{H})$ и (5) важи када се норма $\|\cdot\|_\Phi$ замени нуклеарном нормом $\|\cdot\|_1$.

Илустративни примери деривационих неједнакости за нуклеарне норме и конкретне функције диск алгебре $\mathbf{A}(\mathbb{D})$ претходног типа приказани су у последици 5.4.

У другом случају разматране су оператор монотоне функције на $(-1,1)$ и $[0,+\infty)$, које редом представљају поткласе Пикових фунцкија $\mathscr{P}(-1,1)$ и $\mathscr{P}[0,+\infty)$, а Φ је опет произвољна с.н. функција и $p \geqslant 2$. Оператори $A,B,X \in \mathcal{B}(\mathscr{H})$ су у овом случају увек такви да уколико је $\varphi \in \mathscr{P}(-1,1)$ тада A и B имају строго контрактивни реални део, а уколико је $\varphi \in \mathscr{P}[0,+\infty)$ неконстантна функција, тада су A и B строго акретивни. Ако су додатно и A и B нормални и $AX-XB \in \mathcal{C}_\Phi(\mathscr{H})$, тада је у делу (г) теореме 5.6 показано да важи следећа операторна варијанта теореме о средњој вредности за оператор монотоне функције

$$\begin{aligned}
(6)\qquad & \left\|\varphi(A)X - X\varphi(B)\right\|_\Phi \leqslant \left\|\sqrt{\varphi'\left(\frac{A^*+A}{2}\right)}(AX-XB)\sqrt{\varphi'\left(\frac{B+B^*}{2}\right)}\right\|_\Phi, \\
& \left\|\sqrt{\frac{A^*+A}{2}}\big(\varphi(A)X - X\varphi(B)\big)\sqrt{\frac{B+B^*}{2}}\right\|_\Phi \leqslant \\
& \left\|\sqrt{\frac{A^*+A}{2}\varphi'\left(\frac{A^*+A}{2}\right)}(AX-XB)\sqrt{\frac{B+B^*}{2}\varphi'\left(\frac{B+B^*}{2}\right)}\right\|_\Phi \leqslant \\
& \left\|\sqrt{\varphi\left(\frac{A^*+A}{2}\right)}(AX-XB)\sqrt{\varphi\left(\frac{B+B^*}{2}\right)}\right\|_\Phi \quad \text{ако је } \varphi(0)=0, \\
(7)\qquad & \left\|\varphi'\left(\frac{A^*+A}{2}\right)^{-1/2}\big(\varphi(A)X - X\varphi(B)\big)\varphi'\left(\frac{B+B^*}{2}\right)^{-1/2}\right\|_\Phi \leqslant \|AX-XB\|_\Phi.
\end{aligned}$$

Неједнакост (6) (односно (7)) представља значајно уопштење неједнакости (69) (односно (68)) из теореме 4.4 у J. Funct. Anal. **218** (2005), 318-346 за строго позитивно дефинитне оператора A и B на све строго акретивне нормалне операторе. У истој теореми 5.6 наведене су и додатне операторне варијанте теореме средње вредности за оператор монотоне функције за Q и Q* норме, када се услов нормалности за оба оператора A и B може редуковати на нормалност једног од њих и адекватну хипонормалност или кохипонормалност другог од њих. У последици 5.8 теорема 5.6 примењена је на најважније примере оператор монотоних функција, чиме су (између осталог) неједнакошћу (5.43) постигнута уопштења Хајнцове неједнакости за позитивне операторе, неједнакошћу (5.44) се уопштава геометријско-логаритамска неједнакост за строго позитивне операторе, док неједнакост (5.47) ефективно уопштава познату неједнакост $\|(\sin H)X\cos K - (\cos H)X\sin K\|_\Phi \leqslant \|HX-XK\|_\Phi$ за самоадјунговане операторе H и K из теореме 5 у J. Funct. Anal. **156** (1998), 429-451 и примедбе 25 у раду J. Funct. Anal. **255** (2008), 3208-3228. Теорема 5.6 омогућила је и добијање операторне верзије теореме о средњим вредностима за функције инверзне оператор монотоним функцијама, како је то показано у последици 5.10.

6. Закључак и предлог

Рукопис „Неједнакости Коши-Шварца и Грис-Ландауа за елементарне операторе и трансформере типа унутрашњег производа на Q и Q* идеалима компактних оператора” кандидата Милана Лазаревића садржи битан научни допринос и примену у Теорији оператора, посебно у Теорији пертубација и деривација линеарних оператора. Пре свега доказане су нове Коши-Шварцове норма неједнакости за трансформере типа унутрашњег производа и демонстрирана је њихова примењивост за проширивање и уопштавање познатих неједнакости теорије оператора, при чему је свакако најважније ефективно проширење теорије двојних операторних интеграла на функције две операторне променљиве, које не морају нужно бити нормални оператори. Своју успешност у научном раду кандидат Милан Лазаревић показао је постизањем значајних научних резултата у теорији оператора, од којих је само део објављен у шест радова на СЦИ листи у категоријама М21 и М22, међу којима је један од наведених радова самосталан. Ради постизања наведених резултата кандидат је проучио обимну научну литературу и стекао одличан увид у проблематику разматрану како у овој дисертацији, тако и шире од тога.

На основу свега претходно изложеног, комисија са задовољством предлаже Наставно-научном већу Математичког факултета да се рукопис , ,Неједнакости Коши-Шварца и Грис-Ландауа за елементарне операторе и трансформере типа унутрашњег производа на Q и Q* идеалима компактних оператора” кандидата Милана Лазаревића прихвати као докторска дисертација, као и да се одреди комисија за њену усмену одбрану.

Комисија за преглед и оцену докторске дисертације:

Београд, 18.05.2020.

____

др Данко Јоцић, редовни професор (ментор)
Универзитет у Београду, Математички факултет

____

др Петер Шемрл, редовни професор
Универзитет у Љубљани, Факултет за математику и физику

____

др Драган Ђорђевић, редовни професор
Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет

____

др Драгољуб Кечкић, редовни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет

____

др Ђорђе Кртинић, ванредни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет