

Изборном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
Бр. 382/2
14. 07. 2023. год.
Београд, Студентски трг 16
ТЕЛ. 20 27 801, ФАКС: 26 30 151

Одлуком Изборног већа Математичког факултета у Београду, донетом на 108. поновљеној седници одржаној 19. маја 2023. године, именовани смо у комисију за писање извештаја о кандидатима који учествују на конкурс за избор у звање и на радно место *ванредног професора* за ужу научну област *Алгебра и математичка логика* на одређено време од 60 месеци са пуним радним временом. На конкурс, објављен 31. маја 2023. године у листу „Послови” број 1042, пријавио се само један кандидат - др Горан Ђанковић. Комисија, на основу приложене документације, подноси Изборном већу Математичког факултета следећи извештај о кандидату др Горану Ђанковићу.

ИЗВЕШТАЈ - др Горан Ђанковић

I. Кратка биографија кандидата

Др Горан Ђанковић је рођен 9. фебруара 1979. године у Зрењанину. Дипломирао је 2002. на Математичком факултету у Београду, на смеру Теоријска математика и примене, а докторирао 2010. на Универзитету Rutgers, The State University of New Jersey.

Област научног рада др Горана Ђанковића је теорија бројева (алгебра и математичка логика), и посебно, теорија L -функција, теорија аутоморфних форми, аритметички квантни хаос и пробабилистичка теорија бројева.

За доцента на Математичком факултету у Београду је изабран 2012. године, а реизабран у исто звање 10. 4. 2017. Изабран је у звање ванредног професора 26. 11. 2018.

I.1 Образовање

– докторат из теорије бројева: 2004/2005. - мај 2010.

– *On large families of automorphic L -functions on GL_2*

– Rutgers, The State University of New Jersey, New Brunswick, USA.

– ментор: Henryk Iwaniec

– основне студије: 1998/1999. - 14.5.2002. Математички факултет Универзитета у Београду, смер Теоријска математика и примене; дипломирао са просечном оценом 9.96;

I.2 Избори у звања на Математичком факултету

- 2002/2003, асистент приправник
- 2003/2004, асистент
- 2010/2011, асистент
- 2012- доцент
- 2017- реизбор у звање доцента
- 2018- ванредни професор

I.3 Научни радови пре првог избора у звање ванредног професора

1. G. Đanković, *The Erdős-Kac theorem for curvatures in integral Apollonian circle packings*, Publications de l'Institut Mathématique, (N.S.) 89(103), 2011, 11-17, ISSN: 0350-1302 (M24, za 2011.)
2. G. Đanković, *Nonvanishing of the family of $\Gamma_1(q)$ -automorphic L -functions at the central point*, International Journal of Number Theory, vol 7, issue 6, 2011, 1423-1439, ISSN: 1793-0421 (SCI Mathematics, M23, IF(2011) 0.352)
3. G. Đanković, *The sixth moment of the family of $\Gamma_1(q)$ -automorphic L -functions*, Archiv der Mathematik, 97 (2011), 535 - 547, ISSN: 0003-889X (SCI Mathematics, M23, IF(2011) 0.443)
4. G. Đanković, *On some exact reciprocity formulas for twisted second moments of Dirichlet L -functions*, Bulletin of the Korean Mathematical Society, 49 (2012), No. 5, 1007 - 1014, ISSN: 1015-8634 (SCI Mathematics, M23, IF(2012) 0.388)
5. G. Đanković, *A larger GL_2 large sieve in the level aspect*, Central European Journal of Mathematics, 10(2) (2012) , 748 - 760, ISSN: 1895-1074 (SCI Mathematics, M23, IF(2012) 0.414)
6. G. Đanković, *Euler-Hadamard products and power moments of symmetric square L -functions*, International Journal of Number Theory, Vol. 9, No. 3 (2013) 621- 639 ISSN: 1793-0421 (SCI Mathematics, M23, IF(2013) 0.435)
7. G. Đanković, *Power-moments of $SL_3(\mathbb{Z})$ Kloosterman sums*, Czechoslovak Mathematical Journal, vol. 63 (2013), issue 3, pp. 833-845, ISSN: 0011-4642 (SCI Mathematics, M23, IF(2013) 0.312)
8. G. Đanković, R. Khan, *A conjecture for the regularized fourth moment of Eisenstein series*, Journal of Number Theory, 182 (2018) pp. 236-257, ISSN: 0022-314X, (SCI Mathematics, M22, IF(2017) 0.774)
9. G. Đanković, D. Đokić, N. Lelas, I. Vrećica, *On some hybrid power moments of products of generalized quadratic Gauss sums and Kloosterman sums*, Lithuanian Mathematical Journal, Vol. 58, No 1 (2018), pp 1-14, ISSN: 0363-1672, DOI 10.1007/s10986-018-9383-6 (SCI Mathematics, M23, IF(2017) 0.487)
10. G. Đanković, *The reciprocity law for the twisted second moment of Dirichlet L -functions over rational function fields*, Bulletin of the Australian Mathematical Society, Vol. 98, Issue 3 (2018), pp. 383-388, ISSN: 0004-9727, doi:10.1017/S0004972718000874 (SCI Mathematics, M23, IF(2017) 0.519)

I.4 Научни радови после првог избора у звање ванредног професора

11. G. Đanković, R. Khan, *On the Random Wave Conjecture for Eisenstein series*, International Mathematics Research Notices, rny266, Volume 2020, Issue 23, November 2020, Pages 9694-9716, ISSN: 1073-7928 (SCI Mathematics, M21, IF(2020) 1.600)
12. G. Đanković, *The least common multiple of random sets in polynomial rings over finite fields*, The Ramanujan Journal, 55, pages 13 - 23 (2021), ISSN 1382-4090 (SCI Mathematics, M22, IF(2019) 0.790)
13. G. Đanković, D. Đokić, N. Lelas, *The triple reciprocity law for the twisted second moments of Dirichlet L-functions over function fields*, Proceedings of the American Mathematical Society, Volume 149, Number 7, July 2021, Pages 2851-2860, ISSN 0002-9939 (SCI Mathematics, M22, IF(2021) 0.971)
14. G. Đanković, D. Đokić, *The mixed second moment of quadratic Dirichlet L-functions over function fields*, The Rocky Mountain Journal of Mathematics, 51(6): 2003-2017, (December 2021), ISSN 0035-7596 (SCI Mathematics, M23, IF(2021) 0.813)
15. G. Đanković, D. Đokić, *The sixth power moment of Dirichlet L-functions over rational function fields*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 514, Issue 1, October 2022, Paper No. 126296, 42 pp., ISSN 0022-247X (SCI Mathematics, M21, IF(2021) 1.417)

II. Наставна делатност

II.1 Искуство у настави

Предавања на основним студијама:

- (1) *Увод у математичку логику*
- (2) *Линеарна алгебра, Линеарна алгебра А, Б*
- (3) *Дискретна математика* (изборни предмет за 2. годину) - конципирао и одржао неколико различитих курсева у периоду 2012.- 2015. са широким спектром тема - увод у теорију графова, екстремални проблеми на графовима, спектрална теорија графова, Рамануџанови графови и теорија експандера, теорија генераторних функција, увод у теорију партиција природних бројева и Рамануџанове идентитете, математичке основе криптографије, дискретна Фуријеова анализа и примене, адитивна комбинаторика, елементарна теорија бројева, дискретна геометрија
- (4) *Алгебра 2*
- (5) *Алгебра 3*
- (6) *Теорија бројева 1* (изборни предмет за 3. годину) - увод у алгебарску и аналитичку теорију бројева - са одабраним темама из p -адичких бројева и p -адичке анализе, модулларних форми, теорије мултипликативних функција, теорије простих бројева (теорија Селберговог решета, велико решето, Бомбиери-Виноградов теорема, мали размаци међу простим бројевима - теорема Голдштон-Пинц-Јилдрим); курс о аналитичким својствима Риманове зета функције; курс о Фуријеовој анализи на аделима и „Тејтовој тези”; курс о ергодичкој теорији и применама у теорији бројева; курс о елиптичким кривама и Хасе-Вејловим L -функцијама

Мастер курсеви

- (1) *Теорија бројева 2*
- (2) *Методологија истраживања у настави математике*
- (3) специјални курс - *Аритметика елиптичких кривих*

Курсеви на докторским студијама - *Алгебра 4, Теорија бројева, Аутоморфне форме и репрезентације, Теорија репрезентација, Дискретна математика*

Држао је вежбе из Линеарне алгебре, Алгебре 1, Алгебре за И смер, Дискретне математике, Теорије бројева 1 и Културе комуникација на Математичком факултету, као и вежбе за курсеве Диференцијалне једначине, Калкулус 1, Калкулус 2, Калкулус за економске и биолошке науке и Прекакулус на Универзитету Rutgers, САД.

Приступно предавање под насловом *Квадратне форме*, кандидат је одржао на Математичком факултету, 7. фебруара 2017. (оцена 5).

Резултати студентских евалуација у протеклом изборном периоду:

2021/22.	4.74,	2020/21.	4.68,	2019/20.	4.51,
2018/19.	4.56,	2017/18.	4.53		

II.2 Књига – универзитетски уџбеник

Горан Банковић, *Теорија бројева*, Математички факултет, Београд, 2013, ISBN 978-86-7589-087-4

Уџбеник се користи се за градиво курсева *Теорија бројева 1* на основним студијама, *Теорија бројева 2* на мастер студијама и *Теорија бројева* на докторским студијама. Користи се и као додатни уџбеник за *Алгебру 3* на основним студијама и *Алгебру 4* на докторским студијама. Књига покрива увод у аналитичку теорију бројева, увод у алгебарску теорију бројева и увод у теорију Диофантових апроксимација.

II.3 Скрипта

Галоаова теорија и p-адички бројеви, 2015, 180 страна

II.4 Ментор мастер радова

- (1) Младен Зекић – *Риманова хипотеза за елиптичке криве над коначним пољима*, 2014.
- (2) Никола Лелас – *Теорема густине Чеботарева и примене на аритметику елиптичких кривих*, 2015.
- (3) Илија Вређица – *Аритметичка статистика кубичних и квартичних бинарних форми*, 2015.
- (4) Драган Ђокић – *Аритметика целобројних Аполонијевих конфигурација кругова*, 2016.
- (5) Стеван Гајовић – *Шаботи-Колманов метод*, 2016.
- (6) Валентина Иванов – *Адитивне конфигурације у скупу простих бројева*, 2017.

- (7) Вана Золић – *Факторизација у прстенима алгебарских целих и блок моноиди*, 2017.
- (8) Маја Савић – *Прости бројеви и нерастављиви полиноми*, 2017.
- (9) Марина Маркагић – *Експоненцијалне конгруенције и проблемски задаци*, 2020.
- (10) Лидија Сабадос – *Верижни разломци квадратичних бројева*, 2021.
- (11) Малиша Радосављевић – *Пољина теорема енумерације и примене*, 2021.
- (12) Санда Баљошевић – *Еуклидов алгоритам у прстену Гаусових целих*, 2021.
- (13) Станислава Кузманов – *Биномна и полиномна формула у настави математике*, 2021.
- (14) Милица Рашковић – *Перон-Фробенијусова теорема и примене*, 2022.
- (15) Наташа Ђурчин – *Проблемски задаци о полиномима на математичким такмичењима средњосколаца*, 2022.
- (16) Дајана Шушљик – *Хиперграфови и теореме Ердеш-Ко-Радоа и Шпернера*, 2022.
- (17) Милица Живановић – *Проблемски задаци из теорије бројева на математичким такмичењима основаца*, 2022.
- (18) Никола Велов – *Принципи рефлексије за Пикарове групе*, 2022.
- (19) Марјана Максимовић – *Геометријски метод решавања Пелове једначине*, 2022.

Био је члан комисије за преглед и одбрану 42 мастер рада на Математичком факултету.

II.5 Менторство студената докторских студија

Био је ментор 4 докторске тезе на Математичком факултету:

- Kholā Ajlidi - *Средње вредности мултипликативних аритметичких функција више променљивих зависних од НЗД и НЗС аргумената*, докторска теза одбрањена 17. јула 2020.
- Никола Лелас - *Истовремено неанулирање L-функција квадратних теистова елиптичке криве и квадратних Дирихлеових L-функција над функцијским пољима*, докторска теза одбрањена 2. марта 2023.
- Драган Ђокић - *Шести момент Дирихлеових L-функција над рационалним функцијским пољима*, докторска теза одбрањена 3. марта 2023.
- Илија Врећица - *Статистика Селмерових група у фамилији елиптичких кривих придружених конгруентним бројевима*, докторска теза одбрањена 10. марта 2023.

II.6 Чланство у комисијама за преглед и одбрану докторских дисертација

Члан комисије за преглед и одбрану 5 докторских теза: Марка Радовановића, јул 2015., Биљане Радичић, 2016., Александре Костић 2021., Николе Леласа 2023., Илије Врећице 2023.

III. Научни и стручни рад

- Члан уређивачког одбора *Математичког весника*, ISSN 0025-5165, од маја 2014., <http://www.vesnik.math.rs/board.html>
- Рецензент за научне часописе са SCI листе - *International Mathematics Research Notices*, *Bulletin of the London Mathematical Society*, *Journal of Number Theory*, *International Journal of Number Theory*, *Open Mathematics*, *Journal of Inequalities and Applications*, *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics*, *Applicable Analysis and Discrete Mathematics*, *Filomat*, националне часописе *Publications de l'Institut Mathématique*, *Kragujevac Journal of Mathematics*, *Novi Sad Journal of Mathematics*, *Sarajevo Journal of Mathematics* и стручни часопис *Nastava matematike*.
- Радио је евалуацију билатералних пројеката за Министарство просвете, науке и технолошког развоја, 2022.
- Члан је Америчког математичког друштва од 2004. године. Активно пише приказе радова за *Mathematical reviews*, AMS, (MathSciNet Reviewer number: 081711).

Конференције

1. AIM workshop: Subconvexity bounds for L -functions, 16. -20. 10. 2006, American Institute of Mathematics, Palo Alto, California, USA
2. AIM workshop: Analytic theory of $GL(3)$ -automorphic forms and applications, 17. -21. 11. 2008, American Institute of Mathematics, Palo Alto, California, USA
3. NATO Advanced Study Institute - Arithmetic of Hyperelliptic Curves, 25. 8. - 5. 9. 2014. Охрид, Македонија
4. Analytic Number Theory and Diophantine Geometry, 6. 9. - 11. 9. 2015. Hannover, Немачка
5. New Connections in Number Theory and Physics, 24. - 28. 5. 2021. The Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, UK
6. Ninth Bucharest Number Theory Days June 1-3, 2021, In honor of Alexandru Zaharescu's 60th Birthday

Са саопштењем:

7. Шести симпозијум „Математика и примене”, Београд, 16.-17. 10. 2015.
Теорија случајних матрица и фамилија L -функција придружених симетричним квадратним подизањима модуларних форми (M64)
8. Седми симпозијум „Математика и примене”, Београд, 4.-5. 11. 2016.
(са Николом Леласом) *Коваријанса између уопштених фон Манголтових и дивизорских функција у $\mathbb{F}_q[t]$ (M64)*
9. 9th Mathematical Physics Meeting, Београд, 18. -23. 9. 2017.
Arithmetic quantum chaos and random wave conjecture (M34)
10. Осми симпозијум „Математика и примене”, Београд, 17.-18. 11. 2017.
Пробабилитичка теорија бројева у прстенима полинома над коначним пољима (M64)
11. Симпозијум „Савремени проблеми математике”, „Дани математике у Новом Саду”, Нови Сад, 8. 12. 2017.
Од простих бројева до аутоморфних форми, и назад

12. The 14th Serbian Mathematical Congress, Крагујевац, 16. -19. 5. 2018.
The reciprocity law for the twisted second moment of Dirichlet L-functions over rational function fields (M34)
13. Девети симпозијум „Математика и примене”, Београд, 30. 11. 2018.
The Random Wave Conjecture for Eisenstein Series (M64)
14. Десети симпозијум „Математика и примене”, Београд, 6.-7. 12. 2019.
 (са Д. Ђокићем, Н. Јеласом и И. Врећицом) *The fourth moment and large values of Dirichlet L-functions over rational function fields* (M64)
15. Једанаести симпозијум „Математика и примене”, Београд, 3.-4. 12. 2021.
 (са Д. Ђокићем) *The sixth moment of Dirichlet L-functions over rational function fields* (M64)
16. Building Bridges, 5th EU/US Workshop on Automorphic Forms and Related Topics, Сарајево, 8. -13. 8. 2022.
On the regularized 4th moment of Eisenstein series (M32, предавање по позиву)
17. Дванаести симпозијум „Математика и примене”, Београд, 2.-3. 12. 2022.
On special values of zeta functions associated to orders in quadratic number fields (M64)
18. Други сусрет математичара Србије и Црне Горе, Београд, 26.-28. 1. 2023.
 – *Iterated integrals of modular forms and multiple L-values* (M32, пленарно предавање)

IV. Учешће на пројектима

- Од јуна до децембра 2010. истраживач на пројекту 144018
- Истраживач на пројекту 174008 Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије 2010-2019.

V Изборни услови универзитета

- V.1 Члан Савета Математичког факултета Универзитета у Београду (јун 2014- јун 2017.).
- V.2 Члан Већа групације природно-математичких наука Универзитета у Београду (од 2021/22.)
- V.3 Руководиоц студијског програма Математика, од 23. 1. 2023.
- V.4 Учешће у наставним активностима ван студијских програма високошколске установе или у популаризацији науке:
- два прилога за *Тангенту* - о Ротовој теореме о трочланим аритметичким прогресијама (број 73) и о Селберговој формули (број 75)
 - предавање у Петници, 4. 8. 2015. – *Теорија партиција: комбинаторика, анализа и аритметика*;
 - предавање у Петници, 13. 4. 2016. – *Мали размаци међу простим бројевима и теорија решета*;
 - предавање у Петници, 20. 7. 2016. – *Шетње до бесконачности по Гаусовим простим бројевима*;

- предавање у Петници, 12. 6. 2017. – *Теорија редуkcије целобројних бинарних квадратних форми, Гаусов и Бхаргавин закон композиције;*
- предавање у Петници, 31. 7. 2018. – *Фробенијусов проблем новчића и Силвестерова теорема;*
(свако од предавања је било у форми 4 школска часа.)

VI Кратак приказ радова после првог избора у звање ванредног професора

Рад 11. припада области *аритметичког квантног хаоса*. Један од најзначајнијих и најактуелнијих проблема у аналитичкој теорији аутоморфних форми је проблем *дистрибуције масе* (делокализације) сопствених функција Лапласијана на аритметичким многострукостима, у лимесу великих енергија. У својој тези А. Spinu (Princeton, 2003.) је дао следећу оцену за 4. момент тзв. *одсечених Ајзенштајнових редова*

$$\int_X |E_A(z, \frac{1}{2} + iT)|^4 d\mu z \ll T^\epsilon, \quad T \rightarrow \infty$$

за свако $\epsilon > 0$. Овде је $X = SL_2(\mathbb{Z}) \backslash \mathbb{H}$ модуларна површ и оваква оцена за 4. момент представља меру делокализације. Ајзенштајнови редови $E(z, \frac{1}{2} + iT)$ су сопствене функције Лапласијана (аутоморфне форме) за сопствену вредност $\frac{1}{4} + T^2$ и сви заједно (за $-\infty < T < +\infty$) чине непрекидни део спектра (тзв. сопствени пакет). Међутим, због њиховог полиномног раста у касцу, њихови 4. моменти не конвергирају. Зато је Spinu проучавао одсечене Ајзенштајнове редове E_A (које су увели Selberg, Maass и Langlands) којима се на висини A „одсеца” константни члан у Фуријеовом развоју, који је функција по y и који је одговоран за дивергенцију. Аутори рада 11. су у ранијем раду 8. уместо одсечених Ајзенштајнових редова (који имају ману да нису директно повезани са L -функцијама), проучавали регуларизован интеграл добијен Zagier-овом методом регуларизације и доказали су формулу

$$\begin{aligned} & \int_X^{reg} |E(z, 1/2 + iT)|^4 d\mu(z) \\ &= \frac{24}{\pi} \log^2 T + \sum_{j \geq 1} \frac{\cosh(\pi t_j)}{2} \frac{|\Lambda(\frac{1}{2} + 2Ti, u_j)|^2 \Lambda^2(\frac{1}{2}, u_j)}{L(1, \text{sym}^2 u_j) |\xi(1 + 2Ti)|^4} + O(\log^{5/3+\epsilon} T), \end{aligned} \quad (1)$$

којом се вредност регуларизованог 4. момента Ајзенштајнових редова повезује са хибридном четвртим моментом аутоморфних L -функција, у коме је сумација по целом спектру. Овде су на десној страни u_j Maass-ове куспидалне аутоморфне форме из неке ортонормиране (у односу на Petersson-ов скаларни производ) базе $\{u_j\}_{j \geq 1}$ сопствених функција Лапласовог оператора које су уједно сопствене функције и алгебре Неске-ових оператора на модуларној површи X . Функција $\Lambda(s, u_j)$ је аутоморфна L -функција придружена аутоморфној форми u_j и помножена одговарајућим Γ -факторима тако да задовољава функционалну једначину $\Lambda(1 - s, u_j) = \pm \Lambda(s, u_j)$.

Додатно, аутори су у раду 8. показали да је Вегу-јева хипотеза о случајним таласима (Random Wave Conjecture) из 1977., која је за одсечене Ајзенштајнове редове преформулисана 1992. од стране Hejhal-Rackner-а, еквивалентна следећој асимптотици за регуларизовани 4. момент:

$$\int_X^{reg} |E(z, \frac{1}{2} + iT)|^4 d\mu(z) \sim \frac{72}{\pi} \log^2 T.$$

Овим је проблем регуларизованог 4. момента за Ајзенштајнове редове био прецизно преформулисан у терминима момента аутоморфних L -функција.

У раду 11. аутори коначно израчунавају асимптотику 4. момента на десној страни једнакости (1) кад спектрални параметар Ајзенштајновог реда $T \rightarrow \infty$. У питању је 4. момент аутоморфних L -функција $\Lambda(s, u_j)$, и то квадрат $\Lambda^2(\frac{1}{2}, u_j)$ вредности ових функција у централној тачки $\frac{1}{2}$ помножен квадратом $|\Lambda(\frac{1}{2} + 2Ti, u_j)|^2$ вредности високо на критичној линији, у тачци $\frac{1}{2} + 2Ti$ која зависи од параметра T . Ова 'нехомогеност' значајно отежава евалуацију. Додатно, саме функције $\Lambda(s, u_j)$ су L -функције степена 2 (јер одговарају аутоморфним репрезентацијама на $GL(2)$ и њихова аритметичка и аналитичка комплексност је слична квадрату Риманове зета-функције $\zeta^2(s)$), па је наведени 4. момент у ствари, грубо говорећи, упоредив са осмим моментом Риманове зета-функције.

Доказ главне теореме рада 11. се базира на примени формуле трага Кузнецова (ова формула је једна верзија Селбергове формуле трага), да би се Некеове сопствене вредности (које су Дирихлеови коефицијенти L -функција $\Lambda(s, u_j)$) превеле у тзв. Kloosterman-ове експоненцијалне суме. Оне се даље третирају применом Вогопој-јеве сумационе формуле и претварају се у тзв. Раманијан-ове суме. Ни тај кораk није довољан, већ се после асимптотске евалуације вишеструких интегралних трансформација које се појављују у сумама (услед примена Кузнецова и Вогопој-а), применом инверзне формуле Кузнецова проблем преводи на дуалну суму L -функција, која се може коначно успешно оценити коришћењем дубоке субконвексне оцене Michel-Venkatesh-а.

Рад 12: Функција $\omega(n)$ - број различитих простих делиоца природног броја n је једна од најзначајнијих адитивних аритметичких функција. Ако са X_N означимо случајну променљиву $n \mapsto \frac{\omega(n) - \log \log N}{\sqrt{\log \log N}}$ на дискретном скупу $\{1, 2, \dots, N\}$ са униформном вероватноћом, класична Ердеш-Кацова теорема се може преформулисати на следећи начин: низ случајних променљивих $(X_N)_{N \geq 3}$ конвергира у расподели стандардној нормалној случајној променљивој. У раду 12. се разматрају слична, повезана и уопштена питања за аритметичку функцију $\psi(A) := \deg(\text{НЗС}\{a \mid a \in A\})$ где полиноми a пролазе подскуповима A скупа свих моничних полинома \mathcal{M}_n фиксираних степена n у прстену $\mathbb{F}_q[t]$, где је \mathbb{F}_q коначно поље. На коначном скупу \mathcal{M}_n су дефинисане две природне вероватносне мере и у раду су добијена тврђења о концентрацији ових степена око одговарајућих очекивања, кад или кардиналност базног поља $q \rightarrow \infty$ или кад степен полинома $n \rightarrow \infty$.

Проучавање расподеле величине L -функција придружених неким добро дефинисаним фамилијама аритметичких објеката (аутоморфних репрезентација), и њихових момената, на критичној линији или у централној тачки, један је од

кључних циљева аналитичке теорије бројева и уско је повезано са Линделефовом хипотезом. Овом тематиком се баве наредна три рада са списка.

У раду 13. је разматран нормализован други момент Дирихлеових L -функција над функцијским пољима по фамилији свих (не)парних примитивних карактера по редуцибилном модулу $Q \in \mathbb{F}_q[t]$:

$$S^\pm(H, K; Q) = \frac{|Q|^{1/2}}{\varphi^\pm(Q)} \sum_{\substack{\chi \pmod{Q} \\ \chi \neq \chi_0}}^\pm \left| L\left(\frac{1}{2}, \chi\right) \right|^2 \chi(H) \bar{\chi}(K),$$

у који су „уплетена“ још два полинома H и K . Овде је са $|Q| = q^{\deg(Q)}$ означена норма полинома Q , а $\varphi(Q)$ је Ојлерова функција на $\mathbb{F}_q[t]$. Разумевање оваквих 'твистованих' момената је основа за кључне аналитичке методе у теорији L -функција: метод молификације (са применама на неанулирање L -функција), метод амплификације (са применама на субконвексне оцене за L -функције), метод резонанције (за налажење екстремних вредности L -функција) и сличне. У раду је доказано да за просте полиноме H , K и Q , такве да је $\deg H + \deg K \leq \deg Q$ важи

$$S^\pm(H, K; Q) = S^\pm(K, \pm Q; H) + S^\pm(H, \pm Q; K) + O\left(\frac{|Q|^{1/2} \deg Q}{|HK|^{1/2}}\right),$$

при чему је и O -члан експлицитно израчунат у оба случаја. Овај резултат даје симетрију између три 'твистована' момента за модуле H , K и Q , а релација је названа 'троструки реципроцитет' по узору на Гаусов закон квадратног реципроцитета за Лежандрове симболе.

У раду 14. се изучава фамилија квадратних Дирихлеових карактера (што су једини нетривијални реални карактери) за моничне бесквadratне полиномне модуле $D \in \mathbb{F}_q[t]$ степена $2g + 1$, где је целобројни параметар g уједно и род хиперелиптичке криве $X^2 = D(Y)$ над \mathbb{F}_q . У раду се проучавају мешовити други моменти виших извода у централној тачки облика $\sum_{D \in \mathcal{M}_{2g+1}} \Lambda^{(\lambda)}\left(\frac{1}{2}, \chi_D\right) \Lambda^{(\mu)}\left(\frac{1}{2}, \chi_D\right)$, кад род $g \rightarrow \infty$, где је Λ тзв. комплетирана L -функција. Овакви мешовити моменти такође имају дугу историју проучавања, а у класичном случају Риманове зета функције су повезани са резултатима о расподели нула зета функције. На пример, у раду 14. је добијена асимптотска формула кад $g \rightarrow \infty$

$$\sum_{\substack{D \in \mathcal{M}_{2g+1} \\ D \text{ beskvdrtatan}}} \frac{\Lambda''\left(\frac{1}{2}, \chi_D\right) \Lambda\left(\frac{1}{2}, \chi_D\right)}{(\log q)^2} = \frac{q^{2g+1}}{\zeta_q(2)} P(2g+1) + O(q^{g(1+\epsilon)}),$$

где је $P(x)$ у главном члану полином степена 5 чији су коефицијенти експлицитно израчунати. Као последица овог резултата добијено је да постоји бар $\gg \frac{q^{2g+1}}{q^4}$ бесквadratних моничних полинома $D \in \mathbb{F}_q[t]$ степена $2g + 1$, таквих да је истовремено и $\Lambda\left(\frac{1}{2}, \chi_D\right) \neq 0$ и $\Lambda''\left(\frac{1}{2}, \chi_D\right) \neq 0$. Истовремено неанулирање извода L -функција у централној тачки је и једна од мотивација за изучавање мешовитих момената. Општије, ред нуле L -функције у централној тачки је предмет Берч–Свинертон–Дајерове и Бејлинсон–Делињева хипотезе.

Рад 15: Асимптотску формулу за други момент Риманове зета функције на критичној линији извели су Харди и Литлвуд, а за четврти момент Ингам пре

стотинак година. Аналогни резултати за више моменте нису познати и већ шести момент представља један од чувених отворених проблема у области. Предмет проучавања рада 15. је фамилија Дирихлеових L -функција над рационалним функцијским пољима $\mathbb{F}_q(x)$, где је \mathbb{F}_q коначно поље, која, као и Риманова зета функција, има *unitarnu* симетрију. Добијена је асимптотска формула за шести момент

$$\sum_{Q \in \mathcal{M}_d} \sum_{\chi \pmod{Q}}^b \int_0^{\frac{2\pi}{\log q}} \left| L\left(\frac{1}{2} + it, \chi\right) \right|^6 \frac{dt}{\log q} \sim \frac{42 \tilde{a}_{3,q} q - 2}{9! (q-1)} q^{2d} d^9,$$

кад степен полинома $d \rightarrow \infty$, где је аритметички фактор $\tilde{a}_{3,q}$ експлицитно израчунат. Примењена су усредњења по критичном кругу (јер су L -функције над $\mathbb{F}_q(x)$ периодичне), по непарним примитивним Дирихлеовим карактерима по модулу Q и по моничним полиномима Q фиксираних степена d . Сва ова три усредњења су тренутно неопходна, јер је шести момент са мање усредњења и даље отворено питање. Са друге стране, овакво усредњење Дирихлеових карактера по различитим модулима је мотивисано класичном поставком теореме Бомбијери-Виноградова. Додатно, изведена је и асимптотска формула за шести момент са комплексним померајима, као уопштење претходног проблема. Овакве флексибилније формуле имају разне примене, на пример за израчунавање момената виших извода и слично. У поређењу са аналогним резултатом над пољем \mathbb{Q} (J. B. Conrey, H. Iwaniec, K. Soundararajan, The sixth power moment of Dirichlet L -functions, Geometrical and Functional Analysis, 22: 1257–1288, 2012.) рад 15. доноси два побољшања: оштрију оцену за грешку и експлицитнији израз за главни члан. Такође, у главном члану је идентификована константа и потврђено њено поклапање са хипотетичком константом изведеном применом Теорије случајних матрица.

МИШЉЕЊЕ И ЗАКЉУЧАК КОМИСИЈЕ

Горан Банковић је наш истакнути математичар средње генерације. Његова главна област научног интересовања је аналитичка теорија бројева, посебно теорија L -функција, теорија аутоморфних форми, аритметички квантни хаос и пробабилистичка теорија бројева. У периоду од избора у звање ванредног професора објавио је 5 радова на sci листи. У овом периоду је био изузетно активан у раду са студентима мастер и докторских студија. Под његовим руководством су одбрањене четири докторске дисертације на Математичком факултету, а три од њих су биле дисертације асистената Математичког факултета. Осим тога, био је ментор за израду 10 мастер радова на занимљиве теме углавном повезане са наставом алгебре у школама. Члан је уређивачког одбора Математичког весника, био је рецензент за више часописа са sci листе, а своје резултате је представио на седам научних скупова у периоду од избора за ванредног професора.

Имајући све ово у виду, сматрамо да др Горан Банковић испуњава све услове за поновни избор у звање ванредног професора и стога предлагемо његов избор

за ванредног професора за ужу научну област Алгебра и математичка логика на период од 60 месеци са пуним радним временом.

Београд, 14. 7. 2023.

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ:

проф. др Александар Липковски, редовни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет



проф. др Зоран Петровић, редовни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет

проф. др Драган Станков, ванредни професор
Универзитет у Београду, Рударско-геолошки факултет