Prevodjenje brojeva

Oznake:

1. $(X)_N \equiv x_n x_{n-1} \ldots x_0, x_{-1} \ldots x_{-m}$ – broj X zapisan u sistemu sa osnovom N.
2. $(X)_M \equiv y_p y_{p-1} \ldots y_1 y_0, y_{-1} \ldots y_{-q}$ – broj X zapisan u sistemu sa osnovom M.

Prevodjenje broja X iz sistema sa osnovom N u sistem sa osnovom M – postupak odredjivanja cifara u zapisu broja X u sistemu sa osnovom M.

Prevodjenje celih brojeva

Neka je broj X zapisan u sistemu sa osnovom N

$$(X)_N \equiv x_n x_{n-1} \ldots x_1 x_0 = \sum_{i=0}^{n} x_i \; N^i$$

Ista vrednost u sistemu sa osnovom Mse zapisuje kao

$$(X)_M \equiv y_p \ldots y_1 y_0 = \sum_{i=0}^{p} y_i \; M^i$$

Važi $(X)_N = (X)_M$

$$\frac{(X)_N}{M} = \frac{y_0}{M} + \sum_{i=1}^{p} y_i \; M^{i-1}$$

Deljenjem broja X sa osnovom M dobija celobrojni deo količnika

$$X_1 = \sum_{i=1}^{p} y_i \; M^{i-1}$$

i ostatak deljenja y_0 koji predstavlja cifru na jediničnom mestu u broju X predstavljenom u sistemu sa osnovom M.

Rekurentna formula za odredjivanje cifara je

$$\begin{aligned} X_i/M &= X_{i+1} + y_i/M \\ X_0 &= X \end{aligned}$$

pri čemu se aritmetičke operacije izvode u sistemu sa osnovom N.

Šematski postupak

i	0	1	2	...	p
X_i	X_0	X_1	X_2	...	X_p
y_i	y_0	y_1	y_2	...	y_p

$\longleftarrow$ smer čitanja cifara

X_{i+1} – celobrojni deo količnika X_i/M
y_i – ostatak pri ovom deljenju
Postupak se ponavlja sve dok se ne dodje do broja $X_{p+1} = 0$ zdesna ulevo

Primeri:

1. $94_{10} \longrightarrow (1011110)_2$

i	0	1	2	3	4	5	6
X_i	94	47	23	11	5	2	1
y_i	0	1	1	1	1	0	1

2. $AB_{16} \longrightarrow (10101011)_2$

i	0	1	2	3	4	5	6	7
X_i	AB	55	2A	15	A	5	2	1
y_i	1	1	0	1	0	1	0	1

3. $(101110)_2 \longrightarrow (2E)_{16}$

i	0	1	2
X_i	101110	10	0
y_i	1110	10	0

Prevodjenje razlomljenog dela

Neka je razlomljen broj X zapisan u sistemu sa osnovom N

$$(X)_N \equiv 0.x_{-1}x_{-2}\ldots x_{-m} = \sum_{i=1}^{m} x_{-i}\ N^{-1}$$

Isti broj X u sistemu sa osnovom M se zapisuje u obliku

$$(X)_M \equiv 0.y_{-1}y_{-2}\ldots = y_{-1}\ M^{-1} + y_{-2}\ M^{-2} + \ldots$$

Izjednačavanjem ovih jednakosti $(X)_N = (X)_M$ i množenjem sa osnovom M

$$(X)_N \times M = y_{-1} + y_{-2}\ M^{-1} + y_{-3}\ M^{-2} + \ldots$$

dobija se zbir cifre y_{-1} i razlomljenog dela

$$X_{-1} = y_{-2}\ M^{-1} + y_{-3}\ M^{-2} + \ldots$$

Množenjem ove jednakosti sa M dobija se cifra y_{-2} itd.

Rekurentna formula za odredjivanje cifara je

$$\begin{aligned} X_i * M &= y_{-(i+1)} + X_{-(i+1)} \\ X_{-0} &= X \end{aligned}$$

Aritmetičke operacije se izvode u sistemu sa osnovom N

Šematski postupak

i	0	1	2	...	q
X_{-i}	X_{-0}	X_{-1}	X_{-2}	...	X_{-q}
y_{-i}	0	y_{-1}	y_{-2}	...	y_{-q}

smer čitanja cifara $\longrightarrow$

Primeri:

1. $(0{,}84375)_{10} \longrightarrow (0{,}11011)_2$

i	0	1	2	3	4	5
X_{-i}	0,84375	0,68750	0,3750	0,750	0,50	0,00
y_{-i}	0	1	1	0	1	1

2. $(0,4)_{10} \approx (0,011001100\ldots)_2$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_{-i}	0,4	0,8	0,6	0,2	0,4	0,8	0,6	0,2	0,4	0,8
y_{-i}	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0

3. $(0,4)_{10} \approx (0,1212\ldots)_4$

i	0	1	2	3	4
X_{-i}	0,4	0,6	0,4	0,6	0,4
y_{-i}	0	1	2	1	2

Mešoviti brojevi se prevode tako što se odvojeno prevode celi i razlomljeni delovi i tako dobijeni prevodi spoje.

Specijalni slučaj kodiranja

Ako važi $N = M^s, s > 1$, pri prevodjenju brojeva izmedju sistema sa osnovama N i M se koristi tvrdjenje

Vrednost broja X u sistemu sa osnovom N zapisana u sistemu sa osnovom M je identična zapisu koji se dobija kodiranjem cifara broja X u sistemu sa osnovom M. Prevodjenje mešovitih brojeva se vrši tako što se posebno prevedu celobrojni i razlomljeni deo i od dobijenih prevoda formira željeni prevod.

Primeri:

1. $(54,12)_8 \longrightarrow (\ldots,\ldots)_2$.

   Binarni zapisi oktalnih cifara

Oktalna cifra	Binarni zapis
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

   Prema tvrdjenju važi $(54,12)_8 \longrightarrow (101100,001010)_2$.

   Sa druge strane $(54,12)_8 = 5\times 8^1 + 4\times 8^0 + 1\times 8^{-1} + 2\times 8^{-2} =$
   $(1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0)\times 2^3 + (1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 0\times 2^0)\times 2^0 +$
   $(1\times 2^0)\times 2^{-3} + (1\times 2^1 + 0\times 2^0)\times 2^{-6} = 1\times 2^5 + 1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 1\times 2^{-3} + 1\times 2^{-5} =$
   $= (101100,001010)_2$

2. $(\text{ABC,DE})_{16} \longrightarrow (\ldots,\ldots)_8$

   (a) ABC,DE se prevodi u binarni sistem

   $$\begin{aligned} (\text{ABC,DE})_{16} &\longrightarrow (1010|1011|1100,1101|1110)_2 \\ &\longrightarrow (101010111100,11011110)_2 \end{aligned}$$

   (b) Dobijeni binarni broj se prevede i oktalni sistem.

   $$\begin{aligned} &(101010111100,11011110)_2 \longrightarrow \\ &(101|010|111|100,110|111|100)_2 \longrightarrow (5274,674)_8 \end{aligned}$$

Zadaci:

Prevesti sledeće brojeve:

1. $(21012)_3 \longrightarrow (.....)_{16}$
2. $(201)_3 \longrightarrow (.....)_2$
3. $(634)_7 \longrightarrow (.....)_{16}$, bez medjuprevodjenja u dekadni sistem
4. $(0{,}25)_{10} \longrightarrow (.....)_{16}$.
5. $(0{,}66)_{10} \longrightarrow (.....)_6$.
6. $(14{,}34)_{10} \longrightarrow (.....)_5$.
7. $(AB7F)_{16} \longrightarrow (.....)_4$.
8. $(3220)_4 \longrightarrow (.....)_8$.
9. $(0{,}3DC)_{16} \longrightarrow (.....)_8$.
10. $(3FCED0{,}179A)_{16} \longrightarrow (.....)_4$.