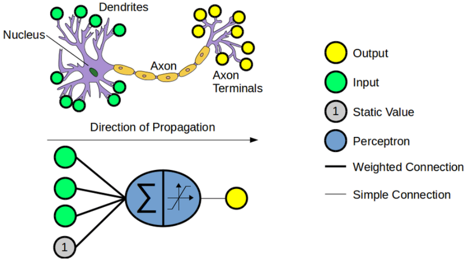
Вештачке неуронске мреже

Ненад Митић

Математички факултет
nenad@matf.bg.ac.rs

Вештачке неуронске мреже (ВНМ)

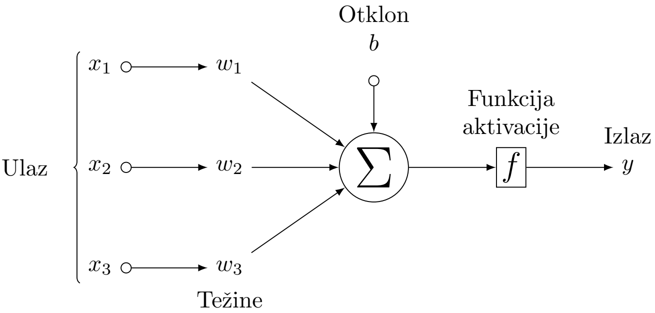
- Идеја: симулација рада биолошких нервних система
- Аналогно структури у мозгу, ВНМ чине чворови и везе између њих
- У ВНМ чворови представљају неуроне или јединце



Перцептрон

- Најједноставнија верзија ВНМ
- Моделира појединачну ћелију
- Два типа (улазни, излазни) чворова који су повезани везом са *тежинама*
- Тежине симулирају јачину синаптичке везе у биолошким неуронима
- Тренирање (обучавање) перцептрона укључује промену вредности тежине
- Тренирање траје док се синхронизују улазно/излазне зависности података

Перцептрон


Otklon
b
Ulaz
x1
x2
x3
w1
w2
w3
Težine
Σ
Funkcija aktivacije
f
Izlaz
y

Перцептрон

- Рачуна излазну вредност $\overline{y}$ као тежинску суму улазних вредности уз одузимање отклона (енг. *bias*) уз проверу знака резултата
- Претходни перцептрон за вредности тежина 0.3 и отклона 0.4 представља модел за израчунавање

$$\overline{y} = \begin{cases} 1, & ako\ 0.3x_1 + 0.3x_2 + 0.3x_3 - 0.4 > 0 \\ -1, & ako\ 0.3x_1 + 0.3x_2 + 0.3x_3 - 0.4 < 0 \end{cases}$$

Математички, излазни модел перцептрона је једнак

$$\overline{y} = sign(w_d x_d + w_{d-1} x_{d-1} + \cdots + w_2 x_2 + w_1 x_1 - b)$$
$$= sign(\mathrm{w} \cdot \mathrm{x})$$

Обучавање перцептрона

Алгоритам за обучавање перцептронаа

```
Neka je D = {(x_i, y_i) | i = 1, ..., n} skup primera za trening
Inicijalizovati tezine slucajnim vrednostima w^(0)
repeat
  for svaki trening primer (x_i, y_i) ∈ D do
      Izracunaj predvidjeni izlaz ȳ_i^(k)
      for svaka tezina w_j do
         azuriraj tezinu w_j^(k+1) = w_j^(k) + λ(y_i − ȳ_i^(k)) x_ij
      end for
 end for
until dostignut izlazni kriterijum
```

где су $w^{(k)}$ тежина придружена i-тој улазној грани после k-те итерације, λ је *брзина учења*, а x_{ij} је вредност j-тог атрибута у примеру за обуку x_i

Обучавање перцептрона

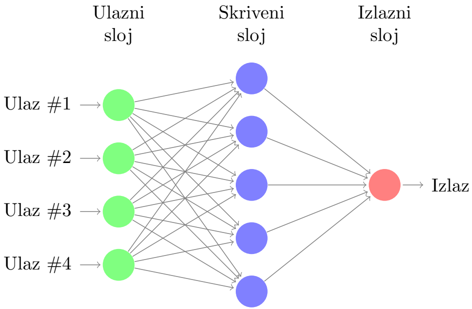
Нова вредност $w^{(k+1)}$ је комбинација старе вредности $w^{(k)}$ и вредности пропорционалне грешци предвиђања $(y - \overline{y})$

- $w^{(k+1)} = w^{(k)} + \lambda(y_i - \overline{y}^{(k)})x_{ij}$
- Ако је предвиђање коректно, тежине се не мењају
- Ако је $y = +1, \overline{y} = -1$, тада је грешка предвиђања $(y - \overline{y}) = 2$, и да би се отклонила повећава се вредност предвиђеног излаза повећањем тежина у свим везама са позитивним, и смањењем у везама са негативним улазом
- Ако је $y = -1, \overline{y} = +1$, тада је грешка предвиђања $(y - \overline{y}) = -2$, и да би се отклонила смањује се вредност предвиђеног излаза смањењем тежина у свим везама са позитивним, а смањује у везама са негативним улазом

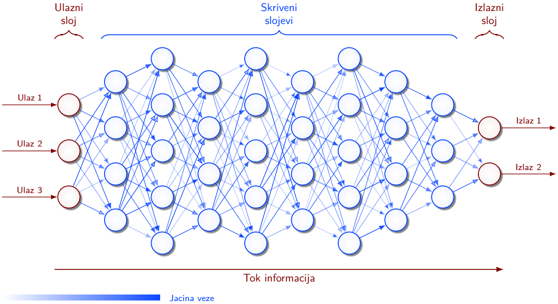
Обучавање перцептрона

- Параметар $\lambda \in [0,1]$ се користи за контролу подешавања у свакој итерацији
  - Ако je λ близу нуле, нове вредности тежина највише зависе од старих вредности тежина
  - Ако je λ близу 1, нове вредности тежина су осетљиве на количину подешавања у текућој итерацији
- Претходни модел перцептрона je линеаран по параметрима w i atributima x
- Вредност $\overline{y} = 0$ представља линеарну хиперраван која раздваја податке у две класе $(y = 1, y = -1)$
- Алгоритам обучавања перцептрона гарантује конвергенцију ка оптималном решењу за линеарно раздвојиве класификационе проблеме

ВНМ са више слојева



ВНМ са више слојева



Врсте ВНМ

- Са пропагацијом унапред
- Са пропагацијом уназад
- Рекурентне - везе унутар истог или претходног слоја
- РБФ
- СОМ
- Асоцијативне неуронске мреже
- ...

Могу да се користе различите активационе функције (линеарна, сигмоид, тангенс хиперболички, сигнум, ...)

Обучавање ВНМ

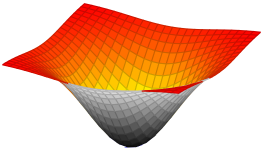
Циљ обучавања ВНМ је одредити скуп тежина w који минимизује укупну квадратну грешку

$$E(\mathrm{w}) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y_i})^2$$

Заменом $\overline{y} = \mathrm{w} \cdot \mathrm{x}$ добија се да је функција грешке квадратна функција - може се одредити глобални минимум

Обучавање ВНМ

- Ако активациона ф-ја није линеарна излаз из ВНМ је нелинеарна функција параметара



- Нема начина да се добије глобални минимум
- Користи се метода градијентног спуста за решење оптимизационог проблема

$$w_j \longleftarrow w_j - \lambda \frac{\partial E(\mathrm{w})}{\partial w_j}$$

- Како је функција грешке нелинеарна, могуће је да се помоћу градијентног спуста не добије глобални већ локални минимум